

**Ein Beitrag zur Berechnung der
Intermodulations- und AM/PM-Konversionsver-
zerrungen linear gefilterter winkelmodulierter Signale**

von
Manfred Welzenbach

Erlangen 1973



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548410_0014

**Ein Beitrag zur Berechnung der
Intermodulations- und AM/PM-Konversionsver-
zerrungen linear gefilterter winkelmodulierter Signale**

Der Technischen Fakultät
der Universität Erlangen-Nürnberg
zur Erlangung des Grades
DOKTOR - INGENIEUR

vorgelegt
von
Manfred Welzenbach

Erlangen 1973



Als Dissertation genehmigt von der
Technischen Fakultät
der Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der Einreichung: 2. Juli 1973

Tag der Promotion: 7. Dezember 1973

Dekan: Prof. Dr. phil. nat. H. Schlitt

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. W. Schüßler
Prof. Dr.-Ing. H. Brand

Herrn Prof. Dr.-Ing. W. Schüßler, der diese Arbeit betreut hat, gilt mein besonderer Dank für viele wertvolle Hinweise, seine stete Gesprächsbereitschaft und seine fördernde Kritik bei der Niederschrift.

Herrn Prof. Dr.-Ing. H. Brand danke ich für sein Interesse bei der Durchsicht der Arbeit.

Ferner gilt mein Dank Herrn Dr.-Ing. K. Antreich, der durch viele weiterführende Hinweise und Diskussionen zum Gelingen dieser Arbeit beitrug.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
<u>Liste der wichtigsten Formelzeichen</u>	5
1. <u>Einleitung</u>	12
1.1. Allgemeine Systembeschreibung anhand des meß- technischen Modells	13
1.2. Nichtlineare Signalverzerrungen	17
1.3. Rechenmodell für die Ermittlung der nichtline- aren Signalverzerrungen	19
2. <u>Lösungsmöglichkeiten zur Berechnung der Inter- modulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen</u>	24
2.1. Simulations-Methoden	24
2.2. Analytische Lösungsmethoden	27
2.2.1. Exakte Berücksichtigung des linearen Über- tragungssystems	32
2.2.2. Beschreibung des linearen Übertragungssystems durch eine Reihenentwicklung	34
2.3. Ziel der Arbeit	36
3. <u>Approximation des Frequenzverhaltens eines linearen Übertragungssystems durch eine Po- tenzreihe</u>	38
3.1. Formulierung des Approximationskriteriums	39
3.2. Aufstellung der Approximationsgleichungen	42
3.3. Darstellung von Approximationsbeispielen	47
4. <u>Berechnung der Hilfszeitfunktionen $z_{\mu}(t)$ zur Angabe der linearen, quadratischen und kubi- schen Verzerrungsterme</u>	51
4.1. Lineare Zeitfunktionsanteile	52
4.2. Quadratische Zeitfunktionsanteile	53
4.3. Kubische Zeitfunktionsanteile	55

5.	<u>Ermittlung der spektralen Leistungsdichte der quadratischen und kubischen Verzerrungsterme nach der Demodulation</u>	58
5.1.	Autokorrelationsfunktion von $z_2(t)$	62
5.2.	Autokorrelationsfunktion von $z_3(t)$	64
5.3.	Spektrale Leistungsdichtefunktion der quadratischen Verzerrungsanteile	66
5.4.	Spektrale Leistungsdichtefunktion der kubischen Verzerrungsanteile	80
5.5.	Verhältnis der Verzerrungsleistung nach der Demodulation zur gesendeten Nutzleistung	83
6.	<u>Charakteristische technische Kenngrößen üblicher FM-Systeme</u>	86
6.1.	Eigenschaften des Basisbandsignals	86
6.2.	Beschreibung der CCIR-Pre- und Deemphase	90
6.3.	Kenngrößen des frequenzmodulierten Signals	93
6.4.	Berechnung der absoluten Störleistung in einem Fernsprechkanal	97
6.5.	Verwendete Korrekturgrößen	98
6.6.	Zusammenstellung der charakteristischen Kenngrößen	100
7.	<u>Anwendungsbeispiele</u>	102
7.1.	Analyse der Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen üblicher FM-Richtfunksysteme bei typischen Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitverläufen	102
7.1.1.	Aufgabenstellung	102
7.1.2.	Analyseergebnis	103
7.1.3.	Zusammenhang zwischen der Größe der quadratischen und kubischen Verzerrungsleistungen und der Art des Frequenzganges	106

	Seite
7.1.4. Abhängigkeit der absoluten Größe der Gesamtverzerrungsleistungen von der Art des Frequenzganges. Vergleich der Richtfunkssysteme untereinander	108
7.2. Vergleich der beim Richtfunkssystem FM 960 berechneten und gemessenen Intermodulationsverzerrungen	110
7.2.1. Aufgabenstellung	110
7.2.2. Analyse- und Meßergebnis	111
7.3. Analyse der Intermodulationsverzerrungen beim Richtfunkssystem FM 2700 bei Verwendung unterschiedlicher Bandpaßtypen	113
7.3.1. Aufgabenstellung	113
7.3.2. Analyseergebnis	115
7.4. Minimierung der Intermodulationsverzerrungen beim Richtfunkssystem FM 1800 durch Entzerrung der Gruppenlaufzeit	117
7.4.1. Aufgabenstellung	117
7.4.2. Optimierungsergebnisse	118
8. <u>Kritische Abschätzung des Anwendungsbereichs des analytischen Verfahrens zur Berechnung der nichtlinearen Verzerrungsleistungen</u>	121
8.1. Allgemeine Form der spektralen Leistungsdichte	121
8.2. Näherungsweise Berechnung des Leistungsspektrums $\Phi_{\xi,\xi}(\omega)$	124
8.3. Exakte Berechnung des Leistungsspektrums $\Phi_{\xi,\xi}(\omega)$	127
8.4. Ableitung von Leistungsbeziehungen	128
8.5. Anwendung der abgeleiteten Beziehungen auf übliche FM-Richtfunkssysteme und Diskussion der Ergebnisse	129

9.	<u>Zusammenfassung</u>	136
10.	<u>Anhang</u>	138
10.1.	Kreuzleistungsspektrum der Hilfszeitfunktionen $z_1(t)$ und $z_3(t)$	138
10.2.	Bestimmung höherer Momente Gaußscher Zufallsgrößen aus den Momenten zweiter Ordnung	141
10.3.	Herleitung der Beziehung $E \left\{ \varphi^{(\mu)}(t) \varphi^{(\nu)}(t+\tau) \right\} = (-1)^\mu R_{\varphi, \varphi}^{(\mu, \nu)}(\tau)$	143
10.4.	Herleitung der Beziehung $R_{\varphi, \varphi}^{(\nu)}(\tau) \cdot R_{\varphi, \varphi}^{(\nu+g)}(\tau) =$ $= \sum_{\mu=0}^g (-1)^\mu \left[\frac{1}{2} \cdot \binom{g-1-\mu}{\mu} + \binom{g-1-\mu}{\mu-1} \right] \cdot \left[R_{\varphi, \varphi}^{(\nu+\mu)}(\tau) \right]^{g-2\mu}$	144
	<u>Literaturverzeichnis</u>	149

Liste der wichtigsten Formelzeichen

$a(\omega)$	Frequenzgang der Dämpfung
$a_w(\omega)$	Frequenzgang der Wunschkämpfung
$\Delta a(\omega)$	Differenz zwischen der Nachbildungs- und Wunschkämpfung
$a_p(\omega)$	Dämpfungsverhalten der Preemphase
$a_D(\omega)$	Dämpfungsverhalten der Deemphase
a_S	Sperrdämpfung
a_1, a_2, a_3, a_4	Typische Dämpfungsverläufe
$b(\omega)$	Frequenzgang der Phase
$b_w(\omega)$	Frequenzgang der Wunschphase
$\Delta b(\omega)$	Differenz zwischen der Nachbildungs- und Wunschphase
b_{rel}	relative 3dB-Bandbreite
B_{NF}	Bandbreite des Basisbandsignals
B_{ZF}	Bandbreite des winkelmodulierten Signals
B_{VG}	Binominalkoeffizienten
$BW(\omega)$	Bewertungsfunktion
ΔB	Durchlaßbandbreite eines FernsprechkanaIs
ΔB_{pso}	psophometrisch bewertete Bandbreite eines FernsprechkanaIs
c_M	Modulatorkonstante
c_D	Demodulatorkonstante
C_1	Hilfsgröße zur Berechnung der absoluten Verzerrungsleistung
C_2	Korrekturgröße für psophometrische Bewertung
C_3	Bandbreiten-Korrekturgröße
$d(t)$	Zeitfunktion am Demodulator-Ausgang
$D(j\omega)$	Spektrum am Demodulator-Ausgang
$D\{ \dots \}$	Demodulator-Operator
$e(t)$	Zeitfunktion am Empfänger-Eingang
$e_{BP}(t)$	Zeitfunktion am Ausgang des Meßbandpasses
erf	Gaußsches Fehlerintegral
$E(j\omega)$	Spektrum am Empfänger-Eingang
$E\{ \dots \}$	Erwartungswert von $\{ \dots \}$
f	Frequenzvariable

f_B	Bezugsfrequenz
$f_h(t)$	Momentanabweichung der Frequenz des FM-Signals von der Trägerfrequenz
f_u	untere Frequenzgrenze des Basisbandspektrums
f_o	obere Frequenzgrenze des Basisbandspektrums
f_M	Mittenfrequenz eines Fernsprechanals bzw. einer Spektrumslücke
f_T	Trägerfrequenz
Δf	effektiver Kanalhub
FP_μ	Faltungsprodukte für quadrat. Verzerrungsanteile
$FP_{\mu, V, G}$	Faltungsprodukte für kub. Verzerrungsanteile
ΔF	effektiver Summenfrequenzhub
ΔF_b	Spitzenfrequenzhub
$\mathcal{F}\{\dots\}$	Fouriertransformierte von $\{\dots\}$
$\mathcal{F}^{-1}\{\dots\}$	Fourierrücktransformierte von $\{\dots\}$
g_o	Amplitude des Signals am Modulator-Ausgang
$g(t)$	Amplitude des Signals am Ausgang des linearen Übertragungssystems
$g^*(t)$	Amplitude des Signals am Begrenzer-Ausgang
$h(\tau)$	Impulsantwort des äquivalenten Tiefpaßsystems
$h_\mu(\tau_1, \dots, \tau_\mu)$	μ -dimensionaler Kern der Volterra-Entwicklung
$h_1(\tau_1)$	eindimensionaler linearer Kern
$h_2(\tau_1, \tau_2)$	zweidimensionaler quadratischer Kern
$h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$	dreidimensionaler kubischer Kern
$h_{BS}(t)$	Impulsantwort der Meß-Bandsperre
$H(j\omega)$	Übertragungsfunktion des linearen Systems
$H_P(j\omega)$	Übertragungsfunktion der Preemphasis
$H_D(j\omega)$	Übertragungsfunktion der Deemphasis
$H_{BS}(j\omega)$	Übertragungsfunktion der Meß-Bandsperre
$H_A(j\omega)$	Übertragungsfunktion einer Allpaßkette
i	Laufindex
$\text{Im}\{\dots\}$	Imaginärteil von $\{\dots\}$
j	imaginäre Einheit
$\underline{J}$	Matrix
J_{gV}	Elemente der Matrix $\underline{J}$

$k_{\mu, \nu, s}$	Koeffizienten zur Berechnung der kubischen Verzerrungsanteile
K	Anzahl der Kanäle des Tf-Vielkanalsystems
ΔK	minimaler Abstand der Tf-Kanäle
ΔK_W	mittlerer Abstand der Tf-Kanäle
$\underline{l}$	Koeffizientenvektor der Potenzreihe
l_ν	Koeffizient der Potenzreihe
$l_{r\nu}$	Realteil des Koeffizienten l_ν
$l_{i\nu}$	Imaginärteil des Koeffizienten l_ν
$\underline{l}_a, \underline{l}_b$	modifizierte Koeffizientenvektoren
$l_{a\nu}, l_{b\nu}$	Elemente des Vektors $\underline{l}_a$ bzw. $\underline{l}_b$
$L(j\omega)$	Übertragungsfunktion des modifizierten äquivalenten Tiefpaßsystems
$L(j\omega, \underline{l})$	Übertragungsfunktion der Potenzreihen-Nachbildung
$L^*(j\omega, \underline{l})$	konj. kompl. Ausdruck zu $L(j\omega, \underline{l})$
$L(n)$	Linearer Operator
$L_W(j\omega)$	Wunsch-Übertragungsfunktion
$L_{Wr}(\omega)$	Realteil von $L_W(j\omega)$
$L_{Wi}(\omega)$	Imaginärteil von $L_W(j\omega)$
$L_W^*(j\omega)$	konj. kompl. Ausdruck zu $L_W(j\omega)$
$\Delta L(j\omega, \underline{l})$	Differenz zwischen der gewünschten Übertragungsfunktion und derjenigen der Potenzreihe
$\Delta L^*(j\omega, \underline{l})$	konj. kompl. Ausdruck zu $\Delta L(j\omega, \underline{l})$
M	Modulationsindex
$M \{ \dots \}$	Modulator-Operator
n	Grad der Potenzreihe
n_1	Obere Grenze der exakt durchgeführten Faltungen
N_{ges}	Summe von Träger- und Seitenbandleistung
N_T	Trägerleistung
N_{SB}	Seitenbandleistung
N_{u_1}	Leistung des Signals $u_1(t)$
$NV(\omega_M)$	Verhältnis der Verzerrungs- zur Nutzleistung in einem Kanal der Mittenfrequenz ω_M
$\bar{N}_S$	Mittlere Gesamtleistung des Multiplexsignals unter Berücksichtigung der Belegungsstatistik

ΔN_S	tatsächlich gesendete Einzelkanalleistung
$\overline{\Delta N}_S$	mittlere Einzelkanalleistung unter Berücksichtigung der Belegungsstatistik
$\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M)$	Verzerrungsleistung in einem Fernsprechkanal der Mittenfrequenz ω_M
$p(t)$	Zeitfunktion am Preemphase-Ausgang
$P(j\omega)$	Spektrum am Preemphase-Ausgang
$P(f_h)$	Wahrscheinlichkeitsdichte-Verteilung von $f_h(t)$
$q_{\mu, \nu}$	Koeffizienten zur Berechnung der quadratischen Verzerrungsanteile
$Q(\underline{1}), Q_o(\underline{1})$	Approximationskriterium
$Q_1(\underline{1})$	Approximationskriterium
r	Anzahl der Frequenzstützstellen
$R(\tau)$	allgemeine Korrelationsfunktion
$R_{\varphi, \varphi}(\tau)$	Autokorrelierte von $\varphi(t)$
$R_{\dot{\varphi}, \dot{\varphi}}(\tau)$	Autokorrelierte von $\dot{\varphi}(t)$
$R_{u_1, u_1}(\tau)$	Autokorrelierte von $u_1(t)$
$R_{\psi+\eta, \psi+\eta}(\tau)$	Autokorrelierte von $\psi(t) + \eta(t)$
R_{z_2, z_2}	Autokorrelierte der quadratischen Verzerrungsterme
$R_{\psi_2, \psi_2} R_{\eta_2, \eta_2}$	
R_{z_1, z_3}	Kreuzkorrelierte der quadratischen Verzerrungsterme
$R_{\psi_2, \eta_2} R_{\eta_2, \psi_2}$	
R_{z_3, z_3}	Autokorrelierte der kubischen Verzerrungsterme
$R_{\psi_3, \psi_3} R_{\eta_3, \eta_3}$	
$R_1(\tau); R_2(\tau)$	Kurzschreibweise für die Autokorrelierten der linearen, quadratischen und kubischen Anteile
$R_3(\tau)$	
$s(t)$	Sendezeitfunktion
$s_{BS}(t)$	Sendezeitfunktion am Ausgang der Meß-Bandsperrung
$S(j\omega)$	Spektrum des Sendesignals
t, t_g	Zeitvariable
T	Zeitraum für Leistungsmittelung
$u_1(t)$	Zeitfunktion am Modulator-Ausgang
$u_2(t)$	Zeitfunktion am Ausgang des linearen Übertragungssystems

$u_3(t)$	Zeitfunktion am Ausgang des AM/PM-Wandlers
$U_1(j\omega)$	Spektrum am Modulator-Ausgang
$U_2(j\omega)$	Spektrum am Ausgang des linearen Übertragungssystems
$U_3(j\omega)$	Spektrum am Ausgang des AM/PM-Wandlers
V	Volumen
V_A	äquivalentes Volumen
$W_{\bar{u}}$	Überschreitungswahrscheinlichkeit
$x(t)$	Zeitfunktion am Eingang des äquivalenten Tiefpaßsystems
$X(j\omega)$	Spektrum am Eingang des äquivalenten Tiefpaßsystems
$y(t)$	Zeitfunktion am Ausgang des äquivalenten Tiefpaßsystems
$\bar{y}(t)$	normierte Zeitfunktion
$Y(j\omega)$	Spektrum am Ausgang des äquivalenten Tiefpaßsystems
$\bar{Y}(j\omega)$	Spektrum der normierten Zeitfunktion $\bar{y}(t)$
$z(t)$	Hilfszeitfunktion
$z_1(t), z_2(t), z_3(t)$	Hilfszeitfunktionen zur Berechnung der linearen, quadratischen und kubischen Verzerrungsterme
$Z_1(j\omega)$	Spektrum des linearen Terms $z_1(t)$
α, β, γ	Hilfsgrößen
α_i, β_i	Real- bzw. Imaginärteile von Nullstellen einer Übertragungsfunktion
$\delta(\omega), \delta(\tau)$	Diracfunktionen
$\varepsilon(j\omega_g, \underline{1})_{\varepsilon_g}$	Elemente des Vektors $\underline{\varepsilon}$ zur Approximation der Nachbildung des linearen Übertragungssystems
$\varepsilon_{rg}, \varepsilon_{ig}$	Real- bzw. Imaginärteile von ε_g
$\underline{\varepsilon}, \underline{\varepsilon}_r, \underline{\varepsilon}_i$	Vektoren
$\xi(t), \xi$	Zufallsvariable
$\eta(t)$	Phasenmodulation durch AM/PM-Wandlung
$\eta_1(t), \eta_2(t)$	} lineare, quadratische und kubische Verzerrungsterme durch AM/PM-Wandlung
$\eta_3(t)$	
ϱ	AM/PM-Konversionsfaktor

κ	Hilfsgröße
λ	komplexe Frequenz
μ, μ_1, μ_2	} Laufvariable
ν, ν_1, ν_2	
s, s_1, s_2	
$\xi(t), \xi_\mu$	Zufallsvariable
∂_P	Spitzenfaktor
τ, τ_1	Zeitvariable
τ_T	Gruppenlaufzeit des lin. Übertragungssystems bei der Trägerfrequenz
$\tau_g(\omega)$	Frequenzgang der Gruppenlaufzeit
$\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$	typische Gruppenlaufzeitverläufe
$\tau_w(\omega)$	Frequenzgang der Wunschgruppenlaufzeit
$\Delta\tau(\omega)$	Differenz zwischen der Nachbildungs- und Wunschgruppenlaufzeit
$\varphi(t)$	Zeitabhängige Sendephase
φ, φ_t	Zufallsvariable
φ_0	Nullphasenwinkel
$\Delta\varphi$	effektiver Phasenhub
$\Phi(\omega)$	allgemeine spektrale Leistungsdichtefunktion
$\Phi_\varphi(\omega), \Phi_{\dot{\varphi}}, \Phi_{\ddot{\varphi}}(\omega)$	Spektrale Leistungsdichte von $\varphi(t)$ bzw. $\dot{\varphi}(t)$
$\Phi_{u_1}(\omega), \Phi_{u_1, u_1}(\omega)$	ein- bzw. zweiseitiges Leistungsspektrum von $u_1(t)$
$\Phi_{\xi, \xi}(\omega)$	Leistungsspektrum eines Zufallssignals $\xi(t)$
$\Phi_{\bar{N}_s}$	Konstante spektrale Leistungsdichte des Sendesignals $s(t)$
$\Phi_{z_2, z_2}, \Phi_{z_1, z_3}$	} Leistungsspektren der quadratischen Verzerrungsterme
$\Phi_{\psi_2, \psi_2}, \Phi_{\eta_2, \eta_2}$	
$\Phi_{\psi_2, \eta_2}, \Phi_{\eta_2, \psi_2}$	
$\Phi_{d_2, d_2}, \Phi_{e_2, e_2}$	
Φ_{z_3, z_3}	
$\Phi_{\psi_3, \psi_3}, \Phi_{\eta_3, \eta_3}$	} Leistungsspektrum der kubischen Verzerrungsterme
$\Phi_{\psi_3, \eta_3}, \Phi_{\eta_3, \psi_3}$	
$\Phi_{d_3, d_3}, \Phi_{e_3, e_3}$	

$\chi(t)$	Hilfszeitfunktion
$\psi(t)$	Zeitabhängige Phase am Ausgang des linearen Übertragungssystems
$\psi_1(t), \psi_2(t), \psi_3(t)$	lineare, quadratische und kubische Phasenverzerrungsterme
Ω, ω	Kreisfrequenzvariable
ω_T	Trägerkreisfrequenz
ω_{SB}	Integrationsgrenze für die Berechnung der Seitenbandleistungen

1. Einleitung

Die steigenden Anforderungen an die Qualität, Kompaktheit und Zuverlässigkeit elektrischer Systeme in Verbindung mit dem Einsatz von neuen Technologien für die Realisierung erzwingen eine Änderung in den bisher praktizierten Entwicklungsmethoden. Insbesondere wird eine Zunahme der rechnerunterstützten Entwicklung und hierbei vor allem der quantitativen Systemsimulation erforderlich.

Eine wichtige Aufgabe bei der Planung und Auslegung elektrischer Systeme stellt dabei die Berechnung der nichtlinearen Signalverzerrungen bei fastlinearen Systemen dar. Dieses, in der Elektrotechnik bei den verschiedensten Anwendungsgebieten vorliegende Problem, ist im Normalfall mit einem erheblichen mathematischen und numerischen Aufwand verbunden.

In der elektrischen Nachrichtenübertragungstechnik führt die Frequenzmodulation auf eine fast klassisch zu nennende Anwendung der Theorie nichtlinearer Signalverzerrungen. Obwohl gerade diese Modulationsart in den letzten Jahrzehnten Anstoß für zahlreiche praktische und theoretische Untersuchungen gab, soll in dieser Arbeit die Berechnung der nichtlinearen Signalverzerrungen bei Frequenzmodulation nochmals aufgegriffen werden. Dabei kann wegen der jetzt vorhandenen größeren und schnelleren Digitalrechner von einem wesentlich veränderten Angebot an Rechenhilfsmitteln Gebrauch gemacht werden.

1.1. Allgemeine Systembeschreibung anhand des meßtechnischen Modells

Der Formulierung der systemtheoretischen Aufgabenstellung wird zunächst eine Beschreibung der Bausteine vorausgeschickt, die einen wesentlichen Einfluß auf die nichtlinearen Signalverzerrungen ausüben. Diese Beschreibung wird anhand des meßtechnischen Modells durchgeführt, da die Ableitung der theoretischen Beziehungen in enger Anlehnung an das Meßverfahren erfolgt. Die abgeleiteten Formeln für die nichtlinearen Verzerrungsterme im Zeitbereich haben für beliebige zu übertragende Basisbandsignale Gültigkeit. Sie werden jedoch bei der Ermittlung der spektralen Leistungsdichte auf den sehr wichtigen Anwendungsfall der Übertragung trägerfrequenter Vielkanalgesprächsbündel spezialisiert. Die in Bild 1.1 dargestellte Meßmethode wird bei dem erwähnten Basisbandsignal angewandt. Neben den wesentlichen Systembausteinen werden im Bild die an ihren Ein- bzw. Ausgängen auftretenden Leistungsspektren schematisch dargestellt.

In Bild 1.1 gibt der Sender das zu übertragende Basisbandsignal $s(t)$ ab. Die Bandsperre auf der Sendeseite und der Bandpaß vor dem Empfänger dienen nur den erwähnten Meßzwecken und sind im tatsächlichen Betrieb nicht vorhanden. Das im allgemeinen auf den Bereich $f_u \leq f \leq f_o$ beschränkte Basisbandspektrum wird durch ein Preemphase-Netzwerk in geeigneter Weise in der Amplitude bewertet. Der Sinn dieser Spektrumsmodifikation wird bei der genaueren Behandlung der Systembausteine bzw. bei den Verzerrungsberechnungen deutlich.

Das gefilterte Basisbandsignal $p(t)$ steuert einen Frequenzmodulator, welcher ein winkelmoduliertes Signal $u_1(t)$ mit konstanter Amplitude und der Trägerfrequenz f_T an den Baustein „Lineares Übertragungssystem“ abgibt. In diesem Baustein sei das Frequenzverhalten der Übertragungsmedien

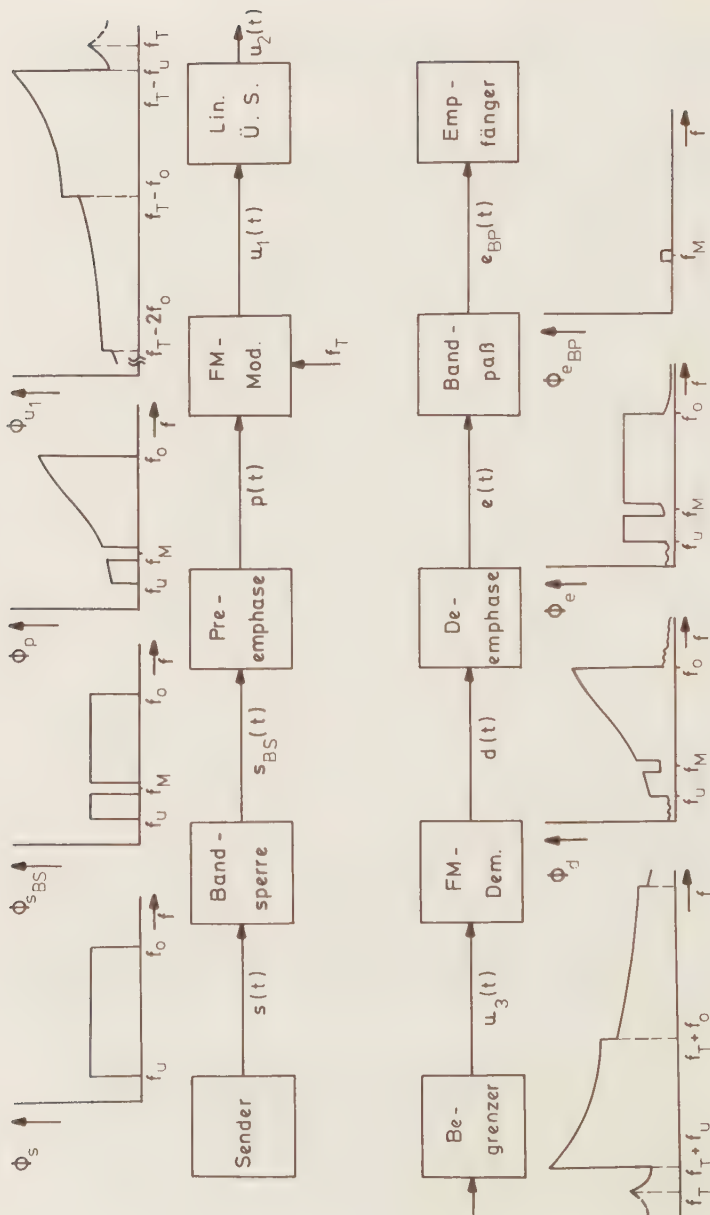


Bild 1.1: Methode zur Messung von Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen

einschließlich dem der notwendigen Filter und Entzerrer-schaltungen zusammengefaßt. Durch das lineare Übertragungssystem wird das trägerfrequente Signal $u_1(t)$ in seiner Amplitude und Phase verändert. Ein am Eingang des FM-Demodulators vorhandener Begrenzer hat die Aufgabe, die unerwünschte Amplitudenmodulation zu beseitigen, sodaß allein die vorliegende Phaseninformation zur Aussteuerung der Diskriminator-Kennlinie im FM-Demodulator dient. Ein normalerweise nichtidealer Begrenzer führt jedoch zu einer teilweisen Umwandlung der vorliegenden Amplitudenmodulation in eine zusätzliche Störphase. Mittels des Deemphase-Netzwerks wird die durch den Preemphase-Frequenzgang bewirkte Vorverzerrung des Basisbandspektrums aufgehoben. Eventuell notwendige, im Blockschaltbild nicht eingezeichnete Dämpfungs- und Laufzeitentzerrer, sorgen für eine Beseitigung der linearen Signalverzerrungen und geben schließlich die übermittelte Nachricht an den Empfänger ab.

Bei der Übertragung trägerfrequenter Gesprächsbündel stellt die in einem unbelegten Gesprächskanal durch nichtlineare Effekte erzeugte Verzerrungsleistung ein Maß für die Güte des Systems dar. Bei der Systemauslegung besteht die Aufgabe, diese Verzerrungsleistung in allen Kanälen möglichst gleich zu machen und ihren Absolutwert zu minimisieren.

Zur Messung dieser nichtlinearen Störleistung läßt sich das vom Sender abgegebene trägerfrequente Gesprächsbündel mit ausreichender Genauigkeit durch ein Rauschsignal mit einer im Frequenzbereich $f_u \leq f \leq f_o$ konstanten spektralen Leistungsichte nachbilden. Durch eine Bandsperre mit der Mittenfrequenz f_M und einer der Durchlaßbreite eines Fernsprechkanaals entsprechenden Sperrbereichsbreite wird die gewünschte Spektrumslücke zur Simulation eines unbelegten Kanals erzeugt. Nach dem FM-Demodulator und der Deemphase sorgt ein Bandpaß mit der Mittenfrequenz f_M und einer

Durchlaßbreite, die wiederum der eines Fernsprechkanaals entspricht, dafür, daß nur die in den unbelegten Kanal fallende Verzerrungsleistung zu einem Meßgerät gelangt.

Das Ziel dieser Arbeit ist, die beschriebene Meßmethode durch ein Rechenverfahren möglichst exakt nachzubilden. Damit lassen sich nichtlineare Verzerrungseffekte bei der Planung neuer FM-Systeme besser berücksichtigen und insbesondere eine Optimierung der Systemparameter hinsichtlich einer minimalen nichtlinearen Verzerrungsleistung durchführen.

1.2. Nichtlineare Signalverzerrungen

Die in einem Frequenz- oder Phasenmodulationssystem erzeugten nichtlinearen Signalverzerrungen lassen sich nach der Art ihrer Entstehung grundsätzlich in folgende vier Gruppen einteilen:

- a) Nichtlineare Signalverzerrungen hervorgerufen durch nichtlineare, gedächtnislose Systembausteine, wie z.B. ideale Begrenzer- und Gleichrichterschaltungen.
- b) Nichtlineare Signalverzerrungen erzeugt durch lineare, gedächtnisbehaftete Bausteine zwischen dem Modulator und Demodulator, in dieser Arbeit Intermodulationsverzerrungen genannt. Sie werden durch Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitverzerrungen des linearen Übertragungssystems verursacht und können nur durch eine Entzerrung des Frequenzgangs in diesem Übertragungsbereich reduziert werden.
- c) Nichtlineare Signalverzerrungen hervorgerufen durch lineare, gedächtnisbehaftete Bausteine zwischen dem Modulator und Demodulator in Verbindung mit nichtlinearen, gedächtnislosen Bausteinen. Diese Störungen werden AM/PM-Konversionsverzerrungen genannt und haben ihre Ursache in der Umwandlung einer Amplitudenmodulation in eine Störphasenmodulation. Als sog. AM/PM-Wandler kommen dabei z.B. Wanderfeldröhren oder nichtideale Amplitudenbegrenzerschaltungen in Frage.
- d) Nichtlineare Signalverzerrungen erzeugt durch Echostörungen zwischen dem Modulator und Demodulator, also z.B. durch Mehrwegeausbreitungen auf Richtfunkstrecken.

In dieser Arbeit wird vornehmlich auf die unter Punkt b) und c) aufgeführten nichtlinearen Signalverzerrungen eingegangen. Als Sonderfälle hierzu können die linearen Signalverzerrungen sowie die durch nichtlineare gedächtnislose Bausteine erzeugten nichtlinearen Störungen betrachtet werden. Außerdem lassen sich mit dem vorgeschlagenen Re-

chenverfahren auch Echostörungen [1, 2, 3] behandeln, wenn die Auswirkung der Echos auf das empfangene Signal in Form einer linearen Übertragungsfunktion angegeben wird.

Neben der Behandlung dieser linearen und nichtlinearen Verzerrungsprobleme wird am Schluß dieser Arbeit die Berechnung der spektralen Leistungsdichte eines winkelmodulierten Signals am Modulator-Ausgang ([4] bis [17]) durchgeführt.

Weitere wichtige systemtheoretische Probleme bei der Entwicklung von FM-Systemen stellen z.B. die Abschätzung der notwendigen Übertragungsbandbreiten für unterschiedliche Basisbandsignale und Modulationsindizes bei vorgebbaren Eigen- und Fremdverzerrungen dar. Hieraus resultiert die Festlegung der Kanalabstände bei Frequenzmultiplexbetrieb ([4] und [18] bis [22]). Weiterhin interessiert die Berechnung des Verhältnisses von Signal- zu Geräuschleistung im Basisband im Vergleich zu dem im ZF-Bereich. Damit verbunden ist der sog. FM-Schwelleneffekt ([23] bis [26]) zu behandeln und es sind in diesem Zusammenhang grundsätzliche Überlegungen zur Wahl und Wirkungsweise von Normal- und schwellwertverbessernden Demodulatoren einschließlich der Optimierung geeigneter Schaltungen ([27] bis [34]) anzustellen. Diese letztgenannten systemtheoretischen Problemstellungen setzen für eine sinnvolle Lösung Rechenmethoden zur Bestimmung des Leistungsspektrums von FM-Signalen und zur Ermittlung der nichtlinearen Verzerrungen voraus.

1.3. Rechenmodell für die Ermittlung der nichtlinearen Signalverzerrungen

Für die Berechnung der Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen wird das in Bild 1.2 dargestellte Blockschaltbild zugrundegelegt. Anhand dieses Bildes werden die für die weiteren Ableitungen benötigten Zeit-, Spektral- und Übertragungsfunktionen eingeführt. Ein Vergleich des Rechenmodells mit der in Bild 1.1 dargestellten Meßmethode zeigt, daß für die Berechnung alle Bausteine bis auf die reinen Meßzwecken dienenden Blöcke „Bandsperre“ und „Bandpaß“ berücksichtigt werden. Die den Bausteinen FM-Modulator und FM-Demodulator zugrundeliegenden Prozesse werden bei der Berechnung ideal angenommen, sodaß hierdurch keine Fehlerquellen gegeben sind.

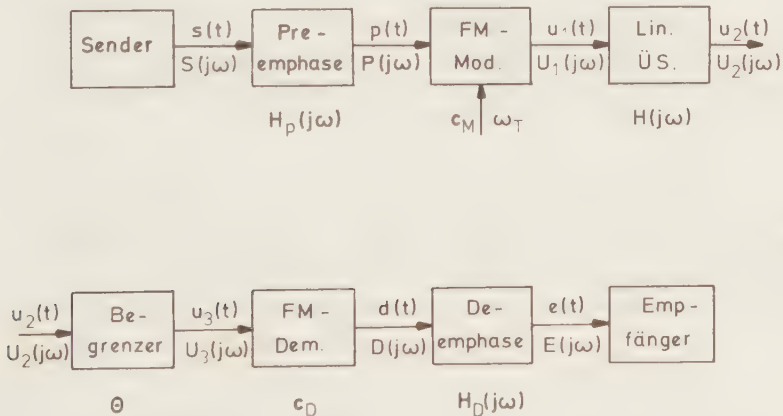


Bild 1.2: Rechenmodell

Das vom Sender abgegebene Basisbandsignal $s(t)$, dessen Spektrum $S(j\omega)$ über die Fouriertransformation

$$S(j\omega) = \mathcal{F}\{s(t)\} = \int_{t=-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1.1)$$

gegeben ist, gelangt an den Preemphase-Baustein mit der Übertragungsfunktion $H_p(j\omega)$. Mit dem Spektrum

$$P(j\omega) = S(j\omega) \cdot H_p(j\omega) \quad (1.2)$$

am Eingang des Frequenzmodulators folgt durch inverse Fourier-Transformation die Zeitfunktion

$$p(t) = \mathcal{F}^{-1}\{P(j\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} P(j\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (1.3)$$

Der Frequenzmodulator mit der Modulatorkonstanten c_M und der Trägerfrequenz f_T liefert ein winkelmoduliertes Signal

$$u_1(t) = g_0 e^{j[\omega_T t + \varphi(t)]} \quad (1.4)$$

mit einer konstanten Amplitude g_0 , der Trägerkreisfrequenz $\omega_T = 2\pi f_T$ und dem Phasenwinkel $\varphi(t)$, welcher die zu übermittelnde Nachricht enthält. Im Falle der Frequenzmodulation ist dabei die zeitabhängige Frequenz

$$\dot{\varphi}(t) = c_M p(t) \quad (1.5)$$

dem Basisbandsignal $p(t)$ proportional.

Durch das lineare Übertragungssystem mit der Übertragungsfunktion $H(j\omega)$ wird die Amplitude und Phase von $u_1(t)$ verändert und wir erhalten das Ausgangssignal

$$u_2(t) = g(t) e^{j[\omega_T t + \psi(t)]}, \quad (1.6)$$

Der nichtideale Amplitudenbegrenzer vor dem FM-Demodulator verursacht eine zusätzliche Störphase $\eta(t)$, die über den reellen frequenzunabhängigen AM/PM-Konversionsfaktor Θ (Dimension rad/Neper) mit der Amplitudenmodulation $g(t)$ zusammenhängt:

$$\eta(t) = \Theta \cdot \ln g(t), \quad (1.7)$$

Somit ergibt sich am Eingang des Demodulators die Zeitfunktion

$$u_3(t) = g^*(t) e^{j[\omega_T t + \psi(t) + \eta(t)]} \quad (1.8)$$

aus der bei ideal angenommener Demodulation (c_D = Demodulatorkonstante) das Basisbandsignal

$$d(t) = c_D [\dot{\psi}(t) + \dot{\eta}(t)] \quad (1.9)$$

gewonnen wird. Mit der Übertragungsfunktion $H_D(j\omega)$ des De-emphase-Bausteins ergibt sich das Spektrum $E(j\omega) = D(j\omega) \cdot H_D(j\omega)$ des Empfangssignals und hieraus durch inverse Fouriertransformation die Zeitfunktion $e(t)$.

Ein Kernproblem bei der Ermittlung der nichtlinearen Signalverzerrungen besteht in der exakten Berücksichtigung des Frequenzverhaltens des linearen Übertragungssystems zwischen dem Modulator und Demodulator, wobei der rechnerische Aufwand möglichst gering sein soll. Hierzu wird dieser Teil des Systems anhand von Bild 1.3 in geeigneter Weise modifiziert.

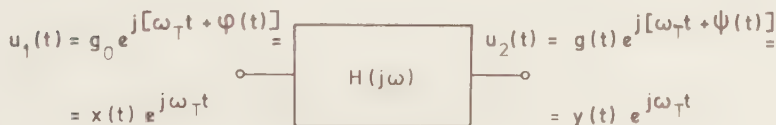


Bild 1.3: Lineares, trägerfrequentes Übertragungssystem

Durch Anwendung der Fouriertransformation auf die in Bild 1.3 angegebenen Zeitfunktionen und mit der Beziehung

$$U_1(j\omega) \cdot H(j\omega) = U_2(j\omega) \quad (1.10)$$

folgt:

$$X[j(\omega - \omega_T)] H(j\omega) = Y[j(\omega - \omega_T)]. \quad (1.11)$$

Mittels des Verschiebungssatzes erhält man:

$$X[j\omega] \cdot H[j(\omega + \omega_T)] = Y[j\omega]. \quad (1.12)$$

Für die im folgenden Kapitel durchgeführte Berechnung der linearen und nichtlinearen Verzerrungsanteile ist es vorteilhaft, wenn das lineare Übertragungssystem bei der Trägerfrequenz ω_T bezüglich Dämpfung, Phase und Gruppenlaufzeit den Wert Null aufweist. Da eine Änderung von Dämpfung, Phase und Gruppenlaufzeit um einen konstanten Wert keinen Einfluß auf die Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen hat, kann Gl.(1.12) in folgender Weise modifiziert werden:

$$X[j\omega] e^{-j\omega\tau_T} \left\{ \frac{H[j(\omega + \omega_T)]}{H[j\omega_T]} e^{j\omega\tau_T} \right\} = \frac{Y[j\omega]}{H[j\omega_T]} = \bar{Y}[j\omega]. \quad (1.13)$$

In Gl.(1.13) bedeutet τ_T die Gruppenlaufzeit des linearen, trägerfrequenten Übertragungssystem bei der Trägerfrequenz ω_T .

Mit der Abkürzung

$$L(j\omega) = \frac{H[j(\omega + \omega_T)]}{H[j\omega_T]} e^{j\omega\tau_T} \quad (1.14)$$

und bei Anwendung der Fourierrücktransformation auf Gl.(1.13) ergeben sich die im nachstehenden Bild eingezeichneten Zeitfunktionen

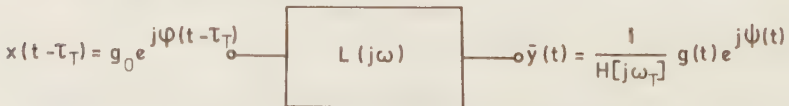


Bild 1.4: Modifiziertes äquivalentes Tiefpaß-Übertragungssystem

$L(j\omega)$ ist die Übertragungsfunktion eines modifizierten äquivalenten Tiefpaß-Übertragungssystems, das bei der Frequenz $\omega = 0$ für Dämpfung, Phase und Gruppenlaufzeit den Wert Null aufweist. Im weiteren wollen wir zur Schreibvereinfachung im Eingangssignal $x(t - \tau_T)$ die zeitliche Verschiebung um τ_T vernachlässigen. Dies ist erlaubt, da bei der später durchgeführten Berechnung der Erwartungswerte von stationären Zufallssignalen diese zeitliche Verschiebung ohne Bedeutung ist.

Bei bekannter Übertragungsfunktion $L(j\omega)$ kann für ein vorgegebenes Sendesignal $\varphi(t)$ die hier interessierende, am Ausgang des Vierpols erscheinende, zeitabhängige Amplitude $g(t)$ und Phase $\psi(t)$ berechnet werden. Die dazu notwendigen Beziehungen werden im Abschnitt 4 abgeleitet.

2. Lösungsmöglichkeiten zur Berechnung der Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen

Für die Berechnung der nichtlinearen Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen wurden in den letzten zwei Jahrzehnten eine Reihe von Verfahren entwickelt, die sich bezüglich ihres grundsätzlichen Lösungsansatzes, des notwendigen Rechenaufwandes, der erreichbaren Genauigkeit, den getroffenen Näherungen und damit bezüglich ihres Anwendungsbereichs usw. zum Teil stark unterscheiden. Prinzipiell lassen sich diese verschiedenen Verfahren in zwei Gruppen einteilen, über die in den folgenden Abschnitten kurz berichtet wird.

2.1. Simulations-Methoden

Bedingt durch den Einsatz schneller Digitalrechner wurde die Entwicklung und Anwendung sogenannter Simulations-Methoden [35, 36, 37, 38, 39] ermöglicht. Diesen Verfahren sind drei wesentliche Merkmale gemeinsam:

- a) Die Darstellung des Basisbandsignals $s(t)$ durch ein Rauschspektrum $\phi_S(\omega)$, welches durch eine Anzahl von Sinusschwingungen simuliert wird. Die Abstände der diskreten Spektrallinien sind gleich, ihre Nullphasenwinkel werden mittels eines Zufallszahlengenerators festgelegt und ihre zunächst konstanten Amplituden durch die Preemphase bewertet. Nichtbelegte Sprachkanäle werden durch Weglassen bestimmter Sinusschwingungen nachgebildet.
- b) Die Berechnung der Spektrallinien an den äquidistanten Frequenzstellen aus der niederfrequenten Zeitfunktion $e(t)$ bzw. $d(t)$ am Demodulator Ausgang mittels eines Fouriertransformations-Verfahrens. Dabei genügt es, die Amplituden derjenigen Spektrallinien zu berechnen, die zu den unbelegten Kanälen gehören.

c) Die Berechnung des Spektrums nach der Demodulation ist mehrmals mit einem jeweils unterschiedlichen Satz von Zufallsphasenwinkeln durchzuführen. Das Endresultat ergibt sich durch Mittelung über die Einzelergebnisse.

Unterschiedlich bei den einzelnen Verfahren ist die Berücksichtigung des Einflusses des linearen Übertragungssystems.

In [35] und [36] werden durch Anwendung der schnellen Fouriertransformation die äquidistanten Spektrallinien des Signals am Modulator Ausgang ermittelt und diese in Betrag und Phase durch das lineare Übertragungssystem modifiziert. Durch sehr aufwendige algebraische Umformungen wird hieraus die zeitabhängige Phase des Signals am Demodulator-Eingang berechnet.

In [37] wird eine Hybrid-Rechner Methode angewandt. Das lineare Übertragungssystem wird im Analogteil nachgebildet; die Erzeugung der Sendefunktion $s(t)$ sowie die Ermittlung des Spektrums des demodulierten Signals erfolgt im Digitalteil.

In [38] wird der Einfluß des linearen Übertragungssystems auf das FM-Signals durch das Faltungsintegral beschrieben. Für eine einfach durchführbare Integration am Digitalrechner wird dazu das lineare Übertragungssystem mittels einer Fourierreihe nachgebildet, d.h. die Impulsantwort des Systems wird diskretisiert.

In [39] erfolgt eine exakte Berücksichtigung des linearen Übertragungssystems. Die Berechnung des Einflusses von Pre-emphase, Deemphase und linearem Übertragungssystem wird dabei im Frequenzbereich durchgeführt. Der Modulations- und Demodulationsprozess wird im Zeitbereich simuliert. Durch konsequente Anwendung der diskreten Fouriertransformation bzw. der inversen Transformation gelingt es, die bisher genannten Verfahren bezüglich der Rechenzeit wesentlich zu verbessern.

Die Simulations-Verfahren sind bezüglich der mathematischen Zusammenhänge sehr übersichtlich und lassen sich verhältnismäßig einfach programmieren. In [35, 36, 37, 39] wird das lineare Übertragungssystem exakt berücksichtigt. Bei der Berechnung der Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen fallen sämtliche Verzerrungsanteile an. Insbesondere können in einfacher Weise Bandbegrenzungseffekte untersucht oder Berechnungen für große Modulationsindizes durchgeführt werden, wenn das Spektrum des winkelmodulierten Signals in ausreichender Breite berücksichtigt wird.

Der Nachteil der Simulations-Methoden besteht darin, daß sich die nichtlinearen Verzerrungen bei einem Rechengang nur an wenigen Frequenzstellen ermitteln lassen. Außerdem ist für eine ausreichende Genauigkeit eine genügend hohe Anzahl von Sinusschwingungen, welche das Rauschspektrum simulieren, nötig und es muß für eine statistisch zuverlässige Aussage die Rechnung mit einer Vielzahl verschiedener Phasenwinkelvektoren durchgeführt werden. Damit ergibt sich eine relativ hohe Rechenzeit.

2.2. Analytische Lösungsmethoden

Die formelmäßige Beschreibung eines Phasen- oder Frequenzmodulations-Systems läßt sich vom Standpunkt der Systemtheorie anhand der drei wichtigsten Bausteine, nämlich Modulator, linearem Übertragungssystem und Demodulator durchführen. Unter Zugrundelegung von Bild 1.4 kann das folgende Blockschaltbild angegeben werden, mit $\varphi(t)$ als Basisbandsignal am Modulator-Eingang und mit der für die weiteren Ableitungen benötigten Hilfszeitfunktion $z(t)$ am Demodulator-Ausgang.

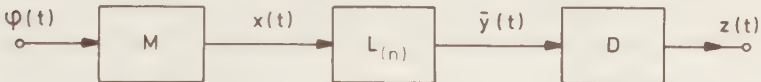


Bild 2.1: Zur Darstellung der analytischen Lösungsmethoden

Dabei werden folgende Voraussetzungen gemacht:

- a) Die Berechnungen werden für das äquivalente Tiefpaß-System durchgeführt, das bei der Darstellung des Rechenmodells angegeben wurde. Das bedeutet, daß für die Modulation die Trägerfrequenz Null angenommen wird.
- b) Die den Modulator- und Demodulator-Bausteinen zugrundeliegenden Prozesse seien ideal.
- c) Der mit dem Symbol D bezeichnete Demodulations-Baustein ist nicht identisch dem in Bild 1.2 angegebenen. Im Demodulator D erfolgt lediglich eine Logarithmierung des Signals $\bar{y}(t)$, sodaß aus der Hilfszeitfunktion $z(t)$ die Phase $\psi(t)$ und die Amplitude $\ln g(t)$ ermittelt werden kann. Aus dem Signal $\psi(t) + \eta(t) = \psi(t) + \Theta \cdot \ln g(t)$ läßt sich schließlich durch nachfolgende Differentiation das Signal $d(t)$ entsprechend Gl.(1.9) gewinnen.
- d) Die durch einen Begrenzer vor dem Demodulator verursachte AM/PM-Wandlung wird durch die Zeitfunktion $\eta(t) = \Theta \cdot \ln g(t)$ berücksichtigt.

Mit dem Modulator-Operator

$$M\{j\psi(t)\} = e^{j\psi(t)}, \quad (2.1)$$

einem Operator $L_{(n)} [\varphi(t)] = \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} h(\tau) \varphi(t-\tau) d\tau$ mit

$h(\tau) = \mathcal{F}^{-1}\{L(j\omega)\}$, welcher ein lineares Übertragungssystem vom Grade n beschreibt und dem Demodulator-Operator

$$D\{\bar{y}(t)\} = \ln \bar{y}(t) \quad (2.2)$$

kann die Hilfszeitfunktion $z(t)$ in folgender Weise angeschrieben werden:

$$\begin{aligned} z(t) &= D\{L_{(n)}[M(j\psi)]\} = \\ &= \ln\{\bar{y}(t)\} = \ln\left\{\frac{1}{H(j\omega_T)} g(t) e^{j\psi(t)}\right\} = \\ &= a(\omega_T) + jb(\omega_T) + \ln g(t) + j\psi(t). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Die entsprechend Gl.(1.9) für die Bestimmung des Basisbandsignals am Demodulator-Ausgang benötigte Phase und Amplitude von $\bar{y}(t)$ ergibt sich zu:

$$\psi(t) = \operatorname{Im}\{z(t)\} - b(\omega_T) \quad (2.4)$$

$$\ln g(t) = \operatorname{Re}\{z(t)\} - a(\omega_T). \quad (2.5)$$

Da die Dämpfung $a(\omega_T)$ und die Phase $b(\omega_T)$ des linearen Übertragungssystems bei der Trägerfrequenz für die später berechneten Verzerrungsleistungen lediglich Dirac-Anteile bei der Frequenz $f = 0$ ergeben, das uns interessierende Frequenzband jedoch im Bereich $f_u \leq f \leq f_o$ liegt, kann für die weiteren Ableitungen

$$\psi(t) = \operatorname{Im}\{z(t)\} \quad (2.6)$$

und

$$\ln g(t) = \operatorname{Re} \{ z(t) \} \quad (2.7)$$

gesetzt werden.

Bei einem nichtlinearen gedächtnisbehafteten System kann die Reaktion $z(t)$ auf das Eingangssignal $\varphi(t)$ allgemein durch

$$z(t) = \sum_{\mu=1}^{\infty} z_{\mu}(t) \quad (2.8)$$

beschrieben werden. In dieser Beziehung enthält $z_1(t)$ alle Terme, die linear von $\varphi(t)$ abhängen, $z_2(t)$ alle Terme, die quadratisch von $\varphi(t)$ abhängen usw.

Zur Berechnung der linearen, quadratischen, kubischen und höherer Verzerrungsterme aus Gl.(2.3) werden folgende Reihenentwicklungen für die Modulator- und Demodulator-Operatoren eingeführt:

$$M\{\xi(t)\} = \sum_{\mu=0}^m \frac{1}{\mu!} \xi^{\mu}(t) \quad (2.9)$$

$$D\{1+\chi(t)\} = \sum_{g=1}^r -(-1)^g \frac{1}{g} \chi^g(t), \text{ für } -1 < \chi \leq 1, \quad (2.10)$$

Setzt man diese Beziehungen in Gl.(2.3) ein und berücksichtigt man, daß entsprechend der Definition von $L(j\omega)$ in Gl.(1.14) $(L(j\omega))|_{\omega=0} = 1$ für eine konstante Eingangszeitfunktion $\varphi(t)=1$ der Zusammenhang $L_{(n)}(1) = 1$ gilt, dann folgt:

$$\begin{aligned} z(t) &= \ln \left\{ L_{(n)} \left[1 + j\varphi(t) - \frac{1}{2} \varphi^2(t) - j \frac{1}{6} \varphi^3(t) \pm \dots \right] \right\} = \\ &= \ln \left\{ 1 + j L_{(n)}[\varphi(t)] - \frac{1}{2} L_{(n)}[\varphi^2(t)] - j \frac{1}{6} L_{(n)}[\varphi^3(t)] \pm \dots \right\} = \\ &= j L_{(n)}[\varphi(t)] + \\ &- \frac{1}{2} L_{(n)}[\varphi^2(t)] + \frac{1}{2} \left\{ L_{(n)}[\varphi(t)] \right\}^2 + \\ &- j \frac{1}{6} L_{(n)}[\varphi^3(t)] + j \frac{1}{2} \left\{ L_{(n)}[\varphi(t)] \right\} \left\{ L_{(n)}[\varphi^2(t)] \right\} + \\ &- j \frac{1}{3} \left\{ L_{(n)}[\varphi(t)] \right\}^3 \pm \dots \end{aligned} \quad (2.11)$$

Somit können die linearen Signalverzerrungen aus

$$z_1(t) = jL_{(n)}[\varphi(t)] \quad (2.12)$$

berechnet werden, was sich in Form des nachstehenden Blockschaltbildes beschreiben läßt:



Bild 2.2: Zur Ermittlung der linearen Verzerrungsanteile

Für die Berechnung der quadratischen Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen benötigen wir die Hilfszeitfunktion

$$z_2(t) = -\frac{1}{2} L_{(n)}[\varphi^2(t)] + \frac{1}{2} \{L_{(n)}[\varphi(t)]\}^2 \quad (2.13)$$

Bild 2.3 zeigt die Darstellung dieser Rechenvorschrift in einem Blockdiagramm:

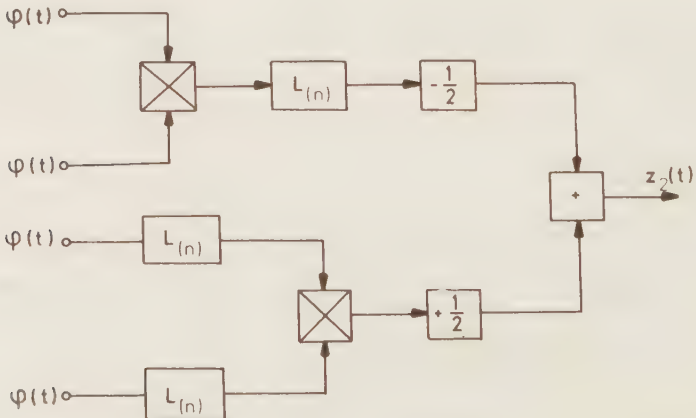


Bild 2.3: Zur Ermittlung der quadratischen Verzerrungsanteile

Die kubischen Verzerrungsanteile gewinnen wir schließlich über die Hilfszeitfunktion

$$z_3(t) = -j \frac{1}{6} L_{(n)}[\varphi^3(t)] + j \frac{1}{2} \{L_{(n)}[\varphi(t)]\} \{L_{(n)}[\varphi^2(t)]\} + \quad (2.14)$$

$$-j \frac{1}{3} \{L_{(n)}[\varphi(t)]\}^3,$$

wofür sich das in Bild 2.4 gezeigte Blockschaltbild angeben läßt.

Die für eine exakte Ermittlung der linearen, quadratischen und kubischen Verzerrungsterme notwendigen Rechenoperationen werden durch diese Blockschaltbilder verdeutlicht; sie lassen sich auch zur Berechnung der nichtlinearen Verzerrungen mittels eines Analogrechners [40] zugrunde legen.

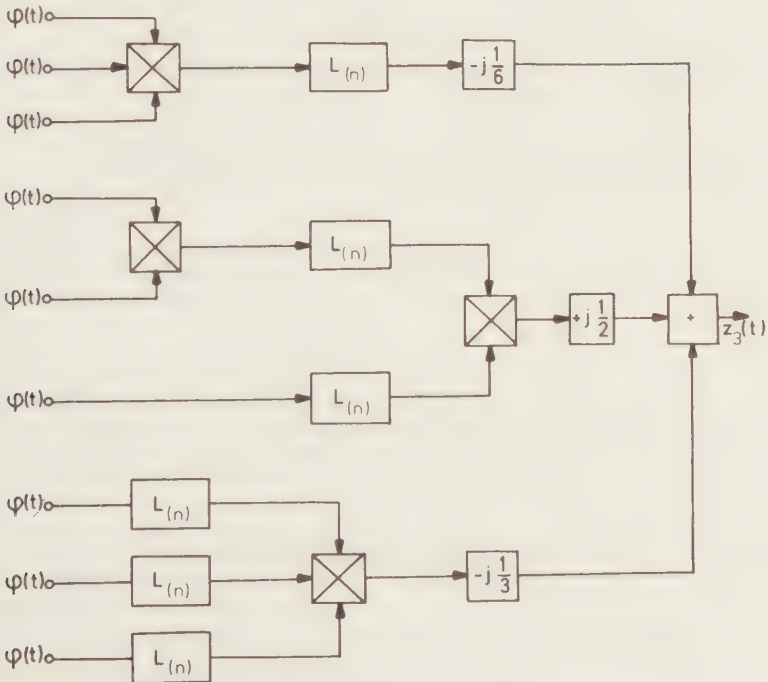


Bild 2.4: Zur Ermittlung der kubischen Verzerrungsanteile

Ausgehend von den Gln.(2.11) bis (2.14) können bei den analytischen Lösungsmethoden zwei unterschiedliche Wege zur Berücksichtigung des Frequenzverhaltens des linearen Übertragungssystems beschritten werden. Hierauf wird in den folgenden Abschnitten eingegangen.

2.2.1. Exakte Berücksichtigung des linearen Übertragungssystems

Nach Volterra [41] lassen sich die Zeitfunktionsanteile $z_{\mu}(t)$ am Ausgang eines nichtlinearen gedächtnisbehafteten Systems allgemein durch ein μ -faches Integral der Form

$$z_{\mu}(t) = \int_{\tau_1}^{+\infty} \int_{\tau_2}^{+\infty} \dots \int_{\tau_{\mu}}^{+\infty} h_{\mu}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{\mu}) \prod_{i=1}^{\mu} \varphi(t - \tau_i) d\tau_i \quad (2.15)$$

ermitteln. $h_{\mu}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{\mu})$ stellt dabei den sog. μ -dimensionalen Kern der Volterra-Entwicklung dar. Man gewinnt sie durch Vergleich mit den eben dargestellten Beziehungen (2.12) bis (2.14) .

Aus Gl.(2.12) kann für den linearen Term folgende Beziehung abgeleitet werden:

$$z_1(t) = \int_{\tau_1=-\infty}^{+\infty} h_1(\tau_1) \varphi(t - \tau_1) d\tau_1 \quad (2.16)$$

mit

$$h_1(\tau_1) = jh(\tau_1) \quad (2.17)$$

als eindimensionalem linearen Kern und $h(\tau_1) = \mathcal{F}^{-1} \{L(j\omega)\}$ als Impulsantwort des modifizierten äquivalenten Tiefpaß-Systems.

Mit Gl.(2.13) folgt für die quadratischen Terme:

$$\begin{aligned}
 z_2(t) &= \frac{1}{2} \left\{ \left[\int_{\tau=-\infty}^{+\infty} h(\tau) \varphi(t-\tau) d\tau \right]^2 - \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} h(\tau) \varphi^2(t-\tau) d\tau \right\} = \\
 &= \int_{\tau_1=-\infty}^{+\infty} \int_{\tau_2=-\infty}^{+\infty} h_2(\tau_1, \tau_2) \varphi(t-\tau_1) \varphi(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

mit

$$h_2(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{2} [h(\tau_1)h(\tau_2) - h(\tau_1)\delta(\tau_1-\tau_2)] \tag{2.19}$$

als dem zweidimensionalen quadratischen Kern.

Für die kubischen Verzerrungen ergibt sich aus Gl.(2.14):

$$\begin{aligned}
 z_3(t) &= j \left\{ -\frac{1}{6} \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} h(\tau) \varphi^3(t-\tau) d\tau - \frac{1}{3} \left[\int_{\tau=-\infty}^{+\infty} h(\tau) \varphi(t-\tau) d\tau \right]^3 + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} h(\tau) \varphi(t-\tau) d\tau \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} h(\tau) \varphi^2(t-\tau) d\tau \right\} = \\
 &= \int_{\tau_1, \tau_2, \tau_3=-\infty}^{+\infty} h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) \varphi(t-\tau_1) \varphi(t-\tau_2) \varphi(t-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

mit

$$\begin{aligned}
 h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) &= j \left[-\frac{1}{6} h(\tau_1) \delta(\tau_1-\tau_2) \delta(\tau_1-\tau_3) + \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{3} h(\tau_1)h(\tau_2)h(\tau_3) + \frac{1}{2} h(\tau_1)h(\tau_2) \delta(\tau_2-\tau_3) \right]
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

als dem dreidimensionalen kubischen Kern.

In analoger Weise lassen sich Zeitfunktionsterme höherer Ordnung bestimmen.

Werden stochastische Sendezeitfunktionen vorausgesetzt, dann sind für die Berechnung der Intermodulationsverzerrungen

zunächst die Autokorrelationsfunktionen der einzelnen Verzerrungsterme zu bilden.

Durch Anwendung der Fouriertransformation auf die Autokorrelierten lassen sich die spektralen Leistungsdichtefunktionen gewinnen und hieraus schließlich die gesuchten Verzerrungsleistungen angeben. Auf diese Weise ist die exakte Berechnung der linearen, quadratischen, kubischen und höherer Verzerrungsanteile möglich. Davon wird in den kürzlich erschienenen Arbeiten [42] und [43] Gebrauch gemacht. Ein ähnlicher Lösungssatz wird auch in den Veröffentlichungen von Rice ([44] und [45]) gewählt.

Die im Prinzip beschriebenen exakten analytischen Lösungsverfahren haben einen wesentlichen Nachteil, nämlich den für die Berechnung der Mehrfachintegrale notwendigen hohen Rechenzeitbedarf. Dieser Nachteil wird bei den im folgenden Abschnitt beschriebenen Verfahren vermieden.

2.2.2. Beschreibung des linearen Übertragungssystems durch eine Reihenentwicklung

Bei den hier zu beschreibenden Verfahren wird neben der Reihenentwicklung des Modulator- und Demodulator-Operators auch das lineare Übertragungssystem entweder im Zeitbereich durch eine Momentendarstellung oder im Frequenzbereich durch eine Taylor-Entwicklung nachgebildet.

In [46,47] u. [63] wird die Phase des linearen Übertragungssystems durch ein Polynom niederen Grades beschrieben. Die Demodulation wird vollkommen vernachlässigt, d.h. das lineare Übertragungssystem in Verbindung mit dem nichtlinearen Modulationsverfahren wird wie ein nichtlinearer gedächtnisloser Baustein behandelt. Die stark vereinfachten Beziehungen liefern zwar eine schnelle Abschätzung; sie sind jedoch für eine genauere Behandlung von Intermodulationsverzerrungen, insbesondere für Systemoptimierungen vollkommen unzureichend. Bosse verbessert in [48] die Genauigkeit des Verfahrens und erweitert den Anwendungsbereich,

indem er für beliebige modulierende Signale und beliebige Netzwerkübertragungsfunktionen das Leistungsspektrum des verzerrten Signals in Form eines Mehrfachintegrals angibt, das sich in drei Einfachintegrale aufspalten läßt. Zur einfachen Lösung dieser Integrale wird die Netzwerkübertragungsfunktion durch Hermit'sche Polynome angenähert. Der Demodulationsprozess wird jedoch auch hier nicht berücksichtigt, sodaß die berechneten Gesamtverzerrungen fehlerbehaftet sind.

Medhurst [49, 50] entwickelt die Übertragungsfunktion des linearen Systems in eine Potenzreihe vom Grad 6 und bildet das Eingangssignal durch eine Anzahl von Sinusschwingungen nach. Der Demodulationsprozess wird näherungsweise durch eine „first-order“-Theorie behandelt, d.h. es wird $\ln(1+x) \approx x$ gesetzt.

Magnusson [51] erweitert die Nachbildung des Übertragungssystems bis zum Grade 7 bzw. 8, berücksichtigt ein Pre-emphase Netzwerk und beschreibt das Basisbandsignal durch ein Rauschspektrum konstanter spektraler Leistungsdichte, sodaß die nichtlineare Verzerrungsleistung an jeder Frequenzstelle berechnet werden kann. Der Demodulationsvorgang wird allerdings wiederum nur näherungsweise durch eine „first-order“-Theorie beschrieben. Liou [52] verbessert in seiner Arbeit die Berücksichtigung des Demodulationsprozesses. Das Basisbandspektrum wird durch einen weißen, Gaußschen Rauschprozess simuliert und die Pre-emphase in die Berechnung einbezogen. Das lineare Übertragungssystem kann bezüglich der Dämpfung jedoch nur bis zum Grade 4, und bezüglich der Laufzeit bis zum Grade 3 durch ein Polynom beschrieben werden. Cross [53] wendet die Theorie von Liou auf die Berechnung von AM/PM-Konversionsverzerrungen unter Berücksichtigung eines konstanten AM/PM-Konversionsfaktors an. Garrison [54] schließlich erweitert die Arbeiten von Cross und Liou auf frequenzabhängige AM/PM-Konversionsfaktoren und ermittelt die Korrelation zwischen unterschiedlichen Verzerrungsarten.

Der Vorteil dieser „Reihenentwicklungs-Methode“ im Vergleich zu den „Simulations“- und „exakten analytischen Methoden“ besteht in der relativ geringen Rechenzeit. Nachteilig bei den bisher beschriebenen „Reihenentwicklungs-Verfahren“ ist jedoch die zum Teil ungenaue Nachbildung des Sendesignals, des linearen Übertragungssystems und des Modulations- und Demodulationsprozesses. Mit der vorliegenden Arbeit wird beabsichtigt, diese Nachteile zu beseitigen.

2.3. Ziel der Arbeit

Für eine genaue und rechenzeitsparende Bestimmung der Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen werden die erwähnten analytischen Reihenentwicklungsmethoden in folgenden wichtigen Punkten verbessert:

- a) Die Nachbildung der Dämpfung und Gruppenlaufzeit des linearen Übertragungssystems wird durch ein Polynom von beliebigem Grade durchgeführt. Dabei werden, im Gegensatz zu den bisher üblichen Taylor-Reihen Ansätzen bei der Trägerfrequenz, die Polynomkoeffizienten durch ein lineares Gleichungssystem derartig gewonnen, daß im interessierenden Übertragungsbereich eine möglichst gute Annäherung zwischen dem Wunsch- und Istfrequenzgang erreicht wird. Es werden bezüglich der Mittenfrequenz beliebige symmetrische und unsymmetrische Frequenzgänge zugelassen.
- b) Die spektrale Leistungsdichte des Sendesignals vor der Modulation wird exakt berücksichtigt. Es wird für die weitere Berechnung lediglich vorausgesetzt, daß es sich um ein Signal mit einer Gaußschen Amplitudendichteverteilung handelt. Diese Bedingung ist bei Trägerfrequenz-Vielkanalsystemen mit ausreichender Genauigkeit erfüllt.
- c) Die Berechnung der spektralen Leistungsdichte der sog. quadratischen und kubischen Verzerrungsterme nach der Demodulation wird ohne jegliche Vernachlässigung durchgeführt, d.h. der Modulations- und Demodulationsprozess

wird exakt berücksichtigt.

- d) Bei der Ableitung der allgemeinen Beziehungen für die nichtlinearen Verzerrungsleistungen wird insbesondere darauf geachtet, daß die notwendige Rechenzeit minimal wird, um gegebenenfalls Systemoptimierungen zu ermöglichen.

In Kapitel 3 wird zunächst die Methode zur Nachbildung der Dämpfung und Gruppenlaufzeit des linearen Übertragungssystems durch ein Polynom aufgezeigt. In Kapitel 4 werden die Hilfszeitfunktionen $z_{\mu}(t)$ berechnet, die zur Angabe der linearen, quadratischen und kubischen Verzerrungsterme benötigt werden und in Kapitel 5 erfolgt schließlich die Ermittlung der spektralen Leistungsdichte der im Basisband auftretenden quadratischen und kubischen Verzerrungsterme. Nach einer Beschreibung der charakteristischen technischen Kenngrößen üblicher Richtfunk-Systeme in Kapitel 6 werden im folgenden Abschnitt Anwendungsbeispiele behandelt. Es wird einmal die Analyse der nichtlinearen Verzerrungen üblicher Richtfunk-Systeme bei typischen Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitverzerrungen sowie bei Verwendung unterschiedlicher Bandpaß-Filtertypen aufgezeigt. Neben einem Vergleich von Rechen- und Meßergebnissen wird weiterhin eine Minimierung der Intermodulationsverzerrungen durch Entzerrung der Gruppenlaufzeit durchgeführt. Zum Schluß folgt eine kritische Abschätzung der Brauchbarkeit des Verfahrens anhand der spektralen Leistungsdichte winkelmodulierter Signale.

3. Approximation des Frequenzverhaltens eines linearen Übertragungssystems durch eine Potenzreihe

Die Genauigkeit bei der Berechnung der nichtlinearen Signalverzerrungen auf der Grundlage der in Abschnitt 2.2.2. beschriebenen „analytischen Reihenentwicklungsmethoden“ wird in starkem Maße von der Güte der Nachbildung des linearen Übertragungssystems zwischen dem Modulator und Demodulator beeinflusst. Die in den zitierten Veröffentlichungen [46, 47, 49-54] angegebenen Taylorreihen-Entwicklungen im Frequenzbereich bzw. Momentenansätze im Zeitbereich führen insbesondere bei höhergradigen oder gruppenlaufzeitentzerrten Übertragungssystemen zu ungenauen Ergebnissen bei der Nachbildung. Eine wesentliche Aufgabe dieser Arbeit besteht deshalb in einer möglichst exakten und numerisch einfach durchführbaren Approximation des modifizierten äquivalenten Tiefpaß-Systems durch eine Potenzreihe von beliebigem Grade n . Dies ist sinnvoll, da das im nächsten Kapitel beschriebene Verfahren im Gegensatz zu den aus der Literatur bekannten Methoden die geschlossene Weiterverarbeitung von Potenzreihen von beliebigem Grade n gestattet. Die Koeffizienten l_v des Potenzreihensatzes

$$L_{(n)} \triangleq L(j\omega, \underline{1}) = \sum_{v=0}^n l_v \cdot (j\omega)^v \quad (3.1)$$

werden dabei im Unterschied zu den angeführten Literaturstellen so festgelegt, daß in dem für die Übertragung der FM-Signale wichtigen Frequenzbereich eine gute Annäherung zwischen dem tatsächlichen „Wunschfrequenzgang“ $L_w(j\omega)$ und dem durch die Potenzreihe beschriebenen „Istfrequenzverhalten“ $L(j\omega, \underline{1})$ erzielt wird. Da in den folgenden Ableitungen komplexe Koeffizienten l_v eingeführt werden, ist die Nachbildung beliebiger, bezüglich der Frequenz $\omega = 0$ symmetrischer oder unsymmetrischer Dämpfungs- und Phasengänge möglich.

Den sog. Wunschfrequenzgang erhält man mit der Übertragungsfunktion des äquivalenten Tiefpaß-Systems zu

$$L_w(j\omega) = \frac{H[j(\omega + \omega_T)]}{H(j\omega_T)} e^{j\omega T_T} = L_{w_r}(\omega) + jL_{w_i}(\omega). \quad (3.2)$$

Mit dem logarithmischen Maß

$$\begin{aligned} a_w(\omega) + jb_w(\omega) &= -\ln L_w(j\omega) = \\ &= -\ln H[j(\omega + \omega_T)] + \ln H(j\omega_T) - j\omega T_T \end{aligned} \quad (3.3)$$

ist der Zusammenhang zwischen der Wunschkämpfung $a_w(\omega)$, der Wunschphase $b_w(\omega)$ bzw. der Wunschgruppenlaufzeit $\tau_w(\omega)$ und der Übertragungsfunktion $L_w(j\omega)$ des tatsächlichen Übertragungssystems gegeben.

3.1. Formulierung des Approximationskriteriums

Zur Bestimmung des Koeffizientenvektors $\underline{l}$ wird ein Approximationskriterium

$$Q_0(\underline{l}) = \sum_{g=1}^r \left\{ BW(\omega_g) |L(j\omega_g, \underline{l}) - L_w(j\omega_g)| \right\}^2 \quad (3.4)$$

eingeführt, wonach an r -Frequenzstellen ω_g das Betragsquadrat der Abweichung von Istfrequenzgang $L(j\omega_g, \underline{l})$ und Wunschfrequenzgang $L_w(j\omega_g)$ aufsummiert wird. $BW(\omega_g)$ ist eine reelle Bewertungsfunktion, die noch passend zu wählen ist. Das angegebene Kriterium hat den wesentlichen Vorteil, daß es eine quadratische Form in den Vektorparametern $\underline{l}_v$ darstellt. Somit führt die Minimierung von $Q_0(\underline{l})$ bezüglich $\underline{l}$ auf ein lineares Gleichungssystem, das eine exakte Bestimmung der $\underline{l}_v$ -Werte in einem Schritt erlaubt. Dadurch wird neben der bereits erwähnten Verbesserung der Nachbildungsgüte auch eine relativ kleine Rechenzeit zur Bestimmung der $\underline{l}_v$ -Werte erreicht. Die zunächst noch unbekannte Bewertungsfunktion $BW(\omega_g)$ soll so festgelegt werden, daß

anstelle einer gleichmäßigen Gewichtung der Abweichung der Übertragungsfunktionen eine gleichmäßige Gewichtung der Abweichung der logarithmischen Maße erfolgt.

Dazu läßt sich das Kriterium $Q_0(\underline{1})$ nach Einführung der zu $L(j\omega_g, \underline{1})$ und $L_w(j\omega_g)$ konjugiert komplexen Werte $L^*(j\omega_g, \underline{1})$ und $L_w^*(j\omega_g)$ in folgender Weise angeben:

$$Q_0(\underline{1}) = \sum_{g=1}^r BW^2(\omega_g) [L(j\omega_g, \underline{1}) - L_w(j\omega_g)] [L^*(j\omega_g, \underline{1}) - L_w^*(j\omega_g)] . \quad (3.5)$$

Eine verkürzte Schreibweise hierzu lautet:

$$Q_0(\underline{1}) = \sum_{g=1}^r BW^2(\omega_g) \cdot \Delta L(j\omega_g, \underline{1}) \cdot \Delta L^*(j\omega_g, \underline{1}) . \quad (3.6)$$

Wird $L(j\omega_g, \underline{1})$ unter der Annahme kleiner Abweichungen von $L_w(j\omega_g)$ um den Wert $L_w(j\omega_g)$ entwickelt, so erhält man mit

$$L(j\omega_g, \underline{1}) \approx L_w(j\omega_g) + dL(j\omega_g, \underline{1})$$

die Beziehung

$$\Delta L(j\omega_g, \underline{1}) = L(j\omega_g, \underline{1}) - L_w(j\omega_g) \approx dL(j\omega_g, \underline{1}) \quad (3.7)$$

Mit dem logarithmischen Maß von $L(j\omega_g, \underline{1})$ entsprechend Gl.(3.3)

$$a(\omega) + jb(\omega) = -\ln L(j\omega, \underline{1}) \quad (3.8)$$

kann die Beziehung

$$da(\omega) + j db(\omega) = -d \ln L(j\omega, \underline{1}) \quad (3.9)$$

$$= -\frac{1}{L(j\omega, \underline{1})} dL(j\omega, \underline{1}) \approx -\frac{1}{L_w(j\omega)} dL(j\omega, \underline{1})$$

angegeben werden, woraus folgt:

$$dL(j\omega, \underline{1}) \approx -L_w(j\omega) [da(\omega) + jdb(\omega)] . \quad (3.10)$$

Analog zu Gl.(3.7) kann auch für das Differential von Dämpfung und Phase näherungsweise die Differenz zwischen dem Ist- und Wunschverlauf gesetzt werden. Hiermit gelten die Beziehungen:

$$da(\omega) \approx \Delta a(\omega) = a(\omega) - a_w(\omega) \quad (3.11)$$

$$db(\omega) \approx \Delta b(\omega) = b(\omega) - b_w(\omega) . \quad (3.12)$$

Durch Einsetzen der Gln.(3.10) bis (3.12) in Gl.(3.6) folgt der Ausdruck $Q_1(\underline{1}) \approx Q_0(\underline{1})$:

$$Q_1(\underline{1}) = \sum_{g=1}^r BW^2(\omega_g) |L_w(j\omega_g)|^2 \{ [a(\omega_g) - a_w(\omega_g)]^2 + [b(\omega_g) - b_w(\omega_g)]^2 \} . \quad (3.13)$$

Wird eine gleichmäßige Gewichtung der Dämpfungs- und Phasenabweichungen im interessierenden Frequenzbereich gefordert, dann ist für die Bewertungsfunktion zu setzen:

$$BW^2(\omega_g) |L_w(j\omega_g)|^2 = 1 \quad (3.14)$$

$$BW(\omega_g) = \frac{1}{|L_w(j\omega_g)|} .$$

Damit ergibt sich die endgültige Form für das Approximationskriterium entsprechend Gl.(3.4) zu:

$$Q(\underline{1}) = \sum_{g=1}^r \frac{1}{|L_w(j\omega_g)|^2} |L(j\omega_g, \underline{1}) - L_w(j\omega_g)|^2 . \quad (3.15)$$

Durch Gl.(3.15) wird im Frequenzbereich $\omega_1 \leq \omega_g \leq \omega_r$ die Dämpfungs- und Phasenabweichung zwischen dem Ist- und Wunschfrequenzgang gleichmäßig bewertet. Dies ist vom technischen Standpunkt sinnvoll, da normalerweise von einem System nur die Dämpfungs- und Phasen- bzw. Gruppenlaufzeitfrequenzgänge vorliegen und hierfür die zu erwartenden nichtlinearen Verzerrungen berechnet werden sollen, bzw. durch geeigneten Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitausgleich

eine Minimierung der nichtlinearen Verzerrungen herbeigeführt werden soll.

Eine eventuell notwendige gezielte Verkleinerung der Dämpfungs- und Phasenabweichungen in der Nähe der Trägerfrequenz, d.h. im äquivalenten Tiefpaß-System bei der Frequenz $\omega = 0$ ist möglich, indem entweder die Stützstellendichte in diesem Bereich vergrößert wird oder eine neue, beliebig wählbare Gewichtsfunktion in Gl.(3.15) eingeführt wird.

3.2. Aufstellung der Approximationsgleichungen

Für die Aufstellung der Approximationsgleichungen wird Beziehung (3.15) zunächst auf folgende Form gebracht

$$Q(\underline{1}) = \sum_{g=1}^r \varepsilon(j\omega_g, \underline{1}) \cdot \varepsilon^*(j\omega_g, \underline{1}), \quad (3.16)$$

wobei $\varepsilon(j\omega_g, \underline{1})$ und der konjugiert komplexe Ausdruck $\varepsilon^*(j\omega_g, \underline{1})$ durch

$$\varepsilon(j\omega_g, \underline{1}) = \frac{L(j\omega_g, \underline{1}) - L_w(j\omega_g)}{|L_w(j\omega_g)|} \quad (3.17)$$

gegeben ist.

Die skalare Größe $Q(\underline{1})$ läßt sich in Vektorschreibweise durch den Zeilenvektor $\underline{\varepsilon}^T$ und den dazu konjugiert komplexen Spaltenvektor $\underline{\varepsilon}^*$ beschreiben. Trennt man den Vektor $\underline{\varepsilon}$ nach Real- und Imaginärteil auf, dann ergibt sich die Darstellung

$$\begin{aligned} Q(\underline{1}) &= \underline{\varepsilon}^T \underline{\varepsilon}^* = (\underline{\varepsilon}_r + j\underline{\varepsilon}_i)^T \cdot (\underline{\varepsilon}_r - j\underline{\varepsilon}_i) = \\ &= \underline{\varepsilon}_r^T \underline{\varepsilon}_r + \underline{\varepsilon}_i^T \underline{\varepsilon}_i. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Durch die bei der Erstellung des Rechenmodells eingeführte Modifikation des linearen Übertragungssystems wurde erreicht, daß das zu approximierende System bei der Frequenz $\omega = 0$ für Dämpfung, Phase und Gruppenlaufzeit den Wert Null aufweist. In der Istfunktion $L(j\omega, \underline{l})$ kann deshalb für den Koeffizienten l_0 der Wert Eins gesetzt werden, sodaß sich für Gl.(3.1) schreiben läßt:

$$L(j\omega, \underline{l}) = 1 + \sum_{v=1}^n l_v \cdot (j\omega)^v. \quad (3.19)$$

Damit erhält man für Gl.(3.17):

$$\varepsilon(j\omega_g, \underline{l}) = \varepsilon_g = \frac{\sum_{v=1}^n l_v (j\omega_g)^v}{|L_w(j\omega_g)|} + \frac{1 - L_w(j\omega_g)}{|L_w(j\omega_g)|}. \quad (3.20)$$

Für die Auftrennung von ε_g nach Real- und Imaginärteil ist es zweckmäßig, neue Parametervektoren $\underline{l}_a$ und $\underline{l}_b$ einzuführen. Mit der Festlegung

$$(j)^v l_v = (j)^v (l_{r_v} + j l_{i_v}) = l_{a_v} + j l_{b_v} \quad (3.21)$$

ergibt sich

$$\varepsilon_{r_g} = \frac{\sum_{v=1}^n l_{a_v} \omega_g^v}{|L_w(j\omega_g)|} + \frac{1 - L_{w_r}(j\omega_g)}{|L_w(j\omega_g)|} \quad (3.22)$$

$$\varepsilon_{i_g} = \frac{\sum_{v=1}^n l_{b_v} \omega_g^v}{|L_w(j\omega_g)|} + \frac{-L_{w_i}(j\omega_g)}{|L_w(j\omega_g)|}. \quad (3.23)$$

Da $\underline{\varepsilon}_r$ bzw. $\underline{\varepsilon}_i$ linear in den Parametern von $\underline{l}_a$ bzw. $\underline{l}_b$ ist, kann man folgende Schreibweise wählen:

$$\underline{\varepsilon}_r = \underline{\varepsilon}_{r_0} + \underline{j} \underline{l}_a \quad (3.24)$$

$$\underline{\varepsilon}_i = \underline{\varepsilon}_{i_0} + \underline{j} \underline{l}_b. \quad (3.25)$$

Für die Spaltenvektoren $\underline{\varepsilon}_{r_0}$, $\underline{\varepsilon}_{i_0}$, $\underline{l}_a$ und $\underline{l}_b$ gilt dabei:

$$\underline{\varepsilon}_{r_0} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{r_{01}} \\ \vdots \\ \varepsilon_{r_{0g}} \\ \vdots \\ \varepsilon_{r_{0r}} \end{bmatrix} \quad \varepsilon_{r_{0g}} = \frac{1 - L_{wr}(j\omega_g)}{|L_w(j\omega_g)|} \quad (3.26)$$

$$\underline{\varepsilon}_{i_0} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i_{01}} \\ \vdots \\ \varepsilon_{i_{0g}} \\ \vdots \\ \varepsilon_{i_{0r}} \end{bmatrix} \quad \varepsilon_{i_{0g}} = \frac{-L_{wi}(j\omega_g)}{|L_w(j\omega_g)|} \quad (3.27)$$

$$\underline{l}_a = \begin{bmatrix} l_{a1} \\ \vdots \\ l_{a_v} \\ \vdots \\ l_{a_n} \end{bmatrix} \quad l_{a_v} = \operatorname{Re} \left\{ (j)^v (l_{r_v} + j l_{i_v}) \right\} \quad (3.28)$$

$$\underline{l}_b = \begin{bmatrix} l_{b1} \\ \vdots \\ l_{b_v} \\ \vdots \\ l_{b_n} \end{bmatrix} \quad l_{b_v} = \operatorname{Im} \left\{ (j)^v (l_{r_v} + j l_{i_v}) \right\} \quad (3.29)$$

Für die Matrix $\underline{J}$ sowie deren Elemente gilt:

$$\underline{J} = \begin{bmatrix} J_{11} & \dots & J_{1v} & \dots & J_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ J_{g1} & \dots & J_{gv} & \dots & J_{gn} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ J_{r1} & \dots & J_{rv} & \dots & J_{rn} \end{bmatrix} \quad J_{gv} = \frac{\omega_g^v}{|L_w(j\omega_g)|} \quad (3.30)$$

Führt man $\underline{\varepsilon}_r$ und $\underline{\varepsilon}_i$ entsprechend den Gln.(3.24) und (3.25) in Gl.(3.18) ein, dann kann das Kriterium $Q(\underline{l})$ als Funktion der zwei voneinander unabhängigen Spaltenvektoren $\underline{l}_a$ und $\underline{l}_b$ angegeben werden:

$$\begin{aligned} Q(\underline{l}) &= Q(\underline{l}_a, \underline{l}_b) = [\underline{\varepsilon}_{r0}^T + (\underline{J}\underline{l}_a)^T] [\underline{\varepsilon}_{r0} + \underline{J}\underline{l}_a] + \\ &+ [\underline{\varepsilon}_{i0}^T + (\underline{J}\underline{l}_b)^T] [\underline{\varepsilon}_{i0} + \underline{J}\underline{l}_b] = \\ &= \underline{\varepsilon}_{r0}^T \underline{\varepsilon}_{r0} + \underline{\varepsilon}_{r0}^T \underline{J}\underline{l}_a + \underline{l}_a^T \underline{J}^T \underline{\varepsilon}_{r0} + \underline{l}_a^T \underline{J}^T \underline{J}\underline{l}_a + \\ &+ \underline{\varepsilon}_{i0}^T \underline{\varepsilon}_{i0} + \underline{\varepsilon}_{i0}^T \underline{J}\underline{l}_b + \underline{l}_b^T \underline{J}^T \underline{\varepsilon}_{i0} + \underline{l}_b^T \underline{J}^T \underline{J}\underline{l}_b = \\ &\stackrel{!}{=} \text{Min}(\underline{l}_a, \underline{l}_b). \end{aligned} \quad (3.31)$$

Die Minimierung von $Q(\underline{l}_a, \underline{l}_b)$ führt auf zwei entkoppelte lineare Gleichungssysteme

$$\underline{J}^T \underline{\varepsilon}_{r0} + \underline{J}^T \underline{J}\underline{l}_a = \underline{0} \quad (3.32)$$

$$\underline{J}^T \underline{\varepsilon}_{i0} + \underline{J}^T \underline{J}\underline{l}_b = \underline{0} \quad (3.33)$$

aus denen sich die gesuchten Spaltenvektoren $\underline{1}_a$ und $\underline{1}_b$ gewinnen lassen:

$$\underline{1}_a = -(\underline{J}^T \underline{J})^{-1} \underline{J}^T \underline{E}_{r_0} \quad (3.34)$$

$$\underline{1}_b = -(\underline{J}^T \underline{J})^{-1} \underline{J}^T \underline{E}_{i_0} . \quad (3.35)$$

Hiermit sind auch die Real- und Imaginärteile der Elemente des ursprünglichen Koeffizientenvektors $\underline{1}$ bekannt:

$$l_{r_v} = \operatorname{Re} \left\{ (-j)^v (l_{a_v} + j l_{b_v}) \right\} \quad (3.36)$$

$$l_{i_v} = \operatorname{Im} \left\{ (-j)^v (l_{a_v} + j l_{b_v}) \right\} . \quad (3.37)$$

Für die Berechnung der Lösungsvektoren $\underline{1}_r$ und $\underline{1}_i$ liegt ein Unterprogramm vor. Die Wunschwerte für die Approximation lassen sich durch eine Übertragungsfunktion $L_w(j\omega_g)$ oder durch einen Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitfrequenzgang vor-schreiben. Die Rechenzeit auf dem TR4-Digitalrechner zur Bestimmung des gesuchten Koeffizientensatzes $\underline{1}$ beträgt für ein Polynom vom Grade $n = 10$ bei $r = 25$ Stützstellen ungefähr eine Sekunde. Damit eignet sich dieses Verfahren bezüglich der Rechenzeit auch für eine Optimierung der Intermodulationsverzerrungen durch geeignete Auslegung des trägerfrequenten Übertragungssystems.

3.3. Darstellung von Approximationsbeispielen

Für die Darstellung der Approximation des Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitverhaltens eines linearen Übertragungssystems mittels einer Potenzreihe werden die in Bild 3.1 eingetragenen Kurvenverläufe als Wunschfunktion zugrunde gelegt. Sie zeigen die typischen Gruppenlaufzeit-Frequenzgänge für ein modifiziertes äquivalentes Tiefpaß-System, wie sie bei Entzerrung mit einem Allpaß bzw. zwei Allpaßgliedern auftreten. Der Wunschverlauf für die Dämpfung wird in den Beispielen mit $a_w(f) \equiv 0$ festgelegt, der Wunschverlauf für die Gruppenlaufzeit ist durch die dargestellten Kurven beschrieben.

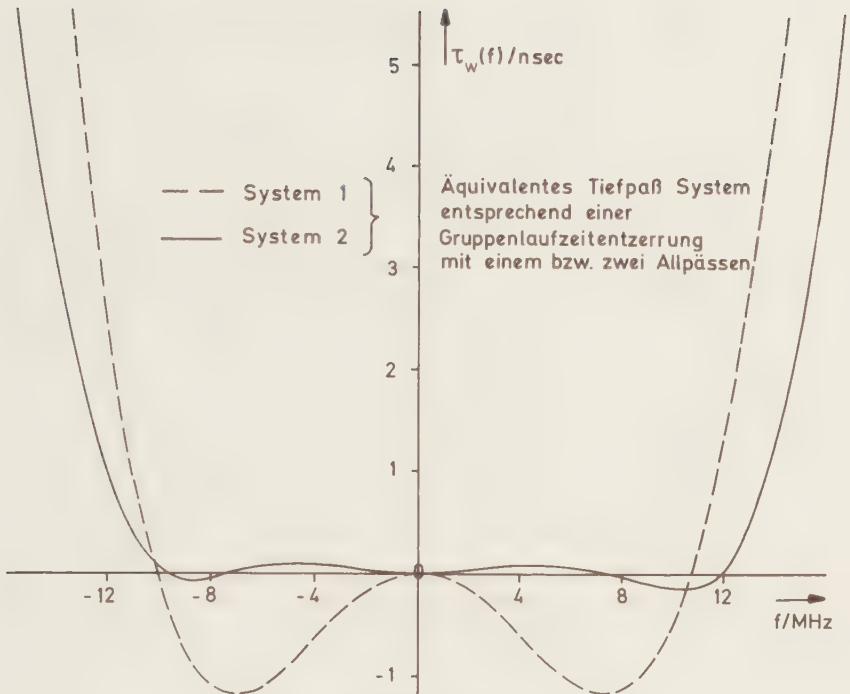
Dieses Approximationsbeispiel wird aus zwei Gründen gewählt: Einmal läßt sich anhand der Nachbildung eines entzerrten Gruppenlaufzeitfrequenzganges recht gut die Leistungsfähigkeit des Approximationsverfahrens demonstrieren. Mit einem Taylor-Reihen-Ansatz bei der Mittenfrequenz des Systems wäre bei gleichem Grad im interessierenden Übertragungsbereich keine befriedigende Nachbildung möglich. Zum anderen ist gerade dieses Beispiel Bestandteil einer wichtigen Aufgabe bei der Auslegung von FM-Systemen, nämlich der Minimierung der Intermodulationsverzerrungen durch Gruppenlaufzeitausgleich.

Für eine weitgehend exakte Nachbildung von Dämpfung und Laufzeit ist im Fall der Entzerrung mit zwei Allpässen mindestens ein Polynom vom Grade $n = 7$ notwendig. Dieser Grad wird beiden Nachbildungen zugrunde gelegt. Als Frequenzbereich für die Approximation wird gewählt:

$$- 13 \leq f \leq + 13 \text{ MHz.}$$

Die nach dem vorgeschlagenen Verfahren berechneten Koeffizientensätze sind in den zwei Tabellen von Bild 3.1 eingetragen. Bild 3.2 zeigt die dazugehörigen Abweichungen zwischen Ist- und Wunschverläufen von Dämpfung bzw. Gruppenlaufzeit. Man sieht, daß im interessierenden Frequenzbereich die Dämpfungsabweichung kleiner $\pm 10^{-3}$ dB ist. Dieser Wert liegt weit unterhalb der Meßgenauigkeit, die etwa bei $5 \cdot 10^{-2}$ dB aufhört. Die Auswirkung dieser Dämpfungsabweichung auf die Intermodulationsverzerrungen kann, wie Berechnungen gezeigt haben, im Verhältnis zu den vorliegenden Gruppenlaufzeitverzerrungen vernachlässigt werden.

Aus Bild 3.2 ist weiterhin ersichtlich, daß die Abweichung der Gruppenlaufzeit im Approximationsbereich kleiner $\pm 0,02$ nsec ist. Diese Genauigkeit ist ebenfalls vollkommen ausreichend, zumal die Grenze der Meßgenauigkeit bei $0,1 - 0,2$ nsec liegt.



Koeffizientensatz für:
($f_B = 12 \text{ MHz}$)

System 1

v	l_{rV}	l_{iV}
0	1	0
1	$7.860 \cdot 10^{-5}$	$1.205 \cdot 10^{-4}$
2	$4.271 \cdot 10^{-4}$	$3.966 \cdot 10^{-3}$
3	$-1.665 \cdot 10^{-1}$	$1.259 \cdot 10^{-3}$
4	$-2.009 \cdot 10^{-3}$	$2.998 \cdot 10^{-3}$
5	$-1.491 \cdot 10^{-1}$	$2.605 \cdot 10^{-3}$
6	$-1.677 \cdot 10^{-3}$	$-5.605 \cdot 10^{-3}$
7	$-1.578 \cdot 10^{-2}$	$1.334 \cdot 10^{-3}$

System 2

v	l_{rV}	l_{iV}
0	1	0
1	$-1.224 \cdot 10^{-3}$	$2.502 \cdot 10^{-5}$
2	$1.060 \cdot 10^{-4}$	$-1.060 \cdot 10^{-3}$
3	$1.696 \cdot 10^{-2}$	$2.428 \cdot 10^{-4}$
4	$3.892 \cdot 10^{-4}$	$-6.674 \cdot 10^{-3}$
5	$4.442 \cdot 10^{-2}$	$5.606 \cdot 10^{-4}$
6	$3.098 \cdot 10^{-4}$	$-8.951 \cdot 10^{-3}$
7	$2.880 \cdot 10^{-2}$	$3.574 \cdot 10^{-4}$

Bild 3.1: Wunschgruppenlaufzeit eines mit Allpässen entzerrten Systems und Koeffizientensatz der Potenzreihen-Nachbildung

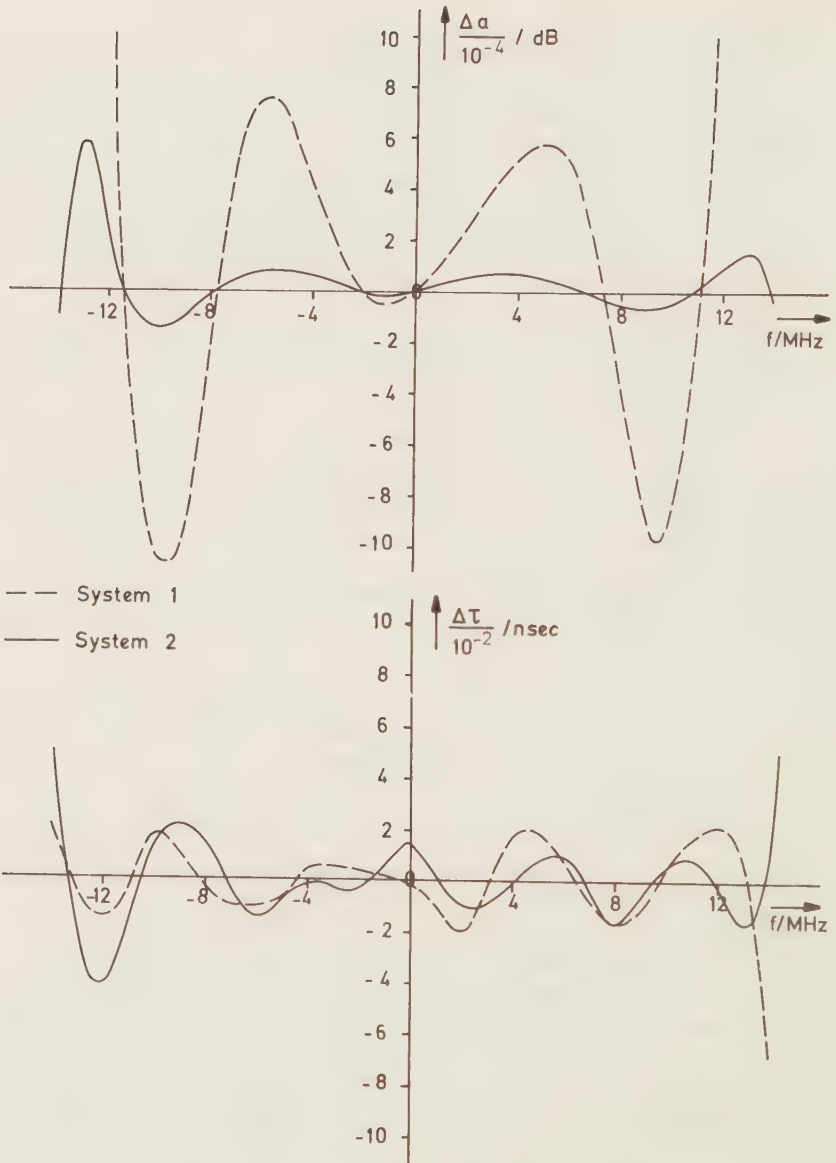


Bild 3.2: Abweichung zwischen Nachbildung und Wunschverlauf von Dämpfung und Gruppenlaufzeit

4. Berechnung der Hilfszeitfunktionen $z_{\mu}(t)$ zur Angabe der linearen, quadratischen und kubischen Verzerrungsterme

Für die Berechnung der nichtlinearen Verzerrungsleistung nach der Demodulation wird die durch Intermodulations- und AM/PM-Konversionseffekte gestörte Phase $\psi(t) + \eta(t)$ des FM-Signals benötigt. Diese läßt sich aus der komplexen Hilfszeitfunktion $z(t)$ (siehe Gl.(2.11)) entsprechend den Beziehungen $\psi(t) = \text{Im} \{z(t)\}$ und $\eta(t) = \Theta \cdot \text{Re} \{z(t)\}$ gewinnen. Wie im Abschnitt 8 anhand einer kritischen Abschätzung der Brauchbarkeit der analytischen Reihenentwicklungsverfahren gezeigt wird, können die nichtlinearen Verzerrungen für eine große Anzahl von Anwendungsfällen sehr genau durch die quadratischen und kubischen Verzerrungsterme beschrieben werden. Unter diese Anwendungen fallen die üblichen FM-Systeme zur Übertragung trägerfrequenter Vielkanalgesprächsbündel und hierbei insbesondere die breitbandigen Systeme, d.h. diejenigen mit hoher Kanalzahl bzw. kleinem Modulationsindex, bei deren Auslegung enge Toleranzen bezüglich des Frequenzverhaltens von Dämpfung und Gruppenlaufzeit einzuhalten sind.

In dieser Arbeit erfolgt die Berechnung der nichtlinearen Verzerrungsleistungen unter Berücksichtigung der im Phasensignal $\psi(t) + \eta(t)$ enthaltenen quadratischen und kubischen Zeitfunktionsterme. Als wesentliche Verbesserung gegenüber den Veröffentlichungen [46-54] wird zum ersten Mal eine exakte Berechnung der quadratischen und kubischen Störterme auf der Grundlage der analytischen Reihenentwicklungsmethoden durchgeführt. Diese Genauigkeitssteigerung wird einerseits durch die exakte Beschreibung des Modulations- und Demodulationsprozesses und andererseits durch die verbesserte Nachbildung des linearen Übertragungssystems mittels einer Potenzreihe von beliebigem Grade n ermöglicht.

4.1. Lineare Zeitfunktionsanteile

Wird zur Beschreibung des linearen Übertragungssystems im Zeitbereich für den Operator $L_{(n)}$ der Ausdruck

$$L_{(n)}(x) = \sum_{v=0}^n l_v \frac{d^v x}{dt^v} = \sum_{v=0}^n l_v x^{(v)} \quad (4.1)$$

gesetzt, dann kann mit Gl.(2.12) für den linearen Anteil der Hilfszeitfunktion $z(t)$ die Beziehung

$$z_1(t) = j \sum_{v=0}^n l_v \varphi^{(v)}(t) \quad (4.2)$$

angegeben werden.

Mit Gl.(2.6) folgt für den linearen Phasenterm $\psi_1(t)$ der Ausdruck

$$\psi_1(t) = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{v=0}^n l_v \varphi^{(v)}(t) \right\} \quad (4.3)$$

und mit Gl.(2.7) bzw. (1.7) bei Annahme eines reellen, frequenzunabhängigen AM-PM-Konversionsfaktors Θ mit der Dimension rad/Neper für die zusätzliche lineare Störphase

$$\eta_1(t) = -\Theta \cdot \operatorname{Im} \left\{ \sum_{v=0}^n l_v \varphi^{(v)}(t) \right\} . \quad (4.4)$$

Wird in diesen Beziehungen die beschriebene Modifikation des linearen Übertragungssystems berücksichtigt, d.h. für den Koeffizienten l_0 der Wert Eins gesetzt, dann lassen sich die linearen Phasenteile in folgender Weise anschreiben:

$$\psi_1(t) = \varphi(t) + \sum_{v=1}^n \operatorname{Re} \{ l_v \} \varphi^{(v)}(t) \quad (4.5)$$

$$\eta_1(t) = -\Theta \cdot \sum_{v=1}^n \operatorname{Im} \{ l_v \} \varphi^{(v)}(t) . \quad (4.6)$$

$\psi_1(t)$ enthält das gesuchte Phasensignal einschließlich einer zusätzlichen linearen Verzerrung. $\eta_1(t)$ stellt dagegen einen reinen linearen Verzerrungsterm dar.

4.2 Quadratische Zeitfunktionsanteile

Unter Zugrundelegung von Gl.(2.13) und (4.1) ergibt sich für den quadratischen Anteil der Hilfszeitfunktion:

$$z_2(t) = -\frac{1}{2} \sum_{\mu=0}^n l_{\mu} [\varphi^2(t)]^{(\mu)} + \frac{1}{2} \sum_{\mu=0}^n \sum_{\nu=0}^n l_{\mu} l_{\nu} [\varphi(t)]^{(\mu)} [\varphi(t)]^{(\nu)} \quad (4.7)$$

Mit der Umformung

$$(u \cdot v)^{(\mu)} = \sum_{\lambda=0}^{\mu} \binom{\mu}{\lambda} u^{(\mu-\lambda)} v^{(\lambda)} \quad (4.8)$$

kann für den ersten Summanden der Gl.(4.7) geschrieben werden:

$$-\frac{1}{2} \sum_{\mu=0}^n l_{\mu} [\varphi^2(t)]^{(\mu)} = -\frac{1}{2} \sum_{\mu=0}^n \sum_{\lambda=0}^{\mu} l_{\mu} \binom{\mu}{\lambda} [\varphi(t)]^{(\mu-\lambda)} [\varphi(t)]^{(\lambda)} \quad (4.9)$$

Wird hierin entsprechend dem zweiten Term der Gl.(4.7) zunächst $(\mu-\lambda)$ durch ν ersetzt und anschließend die Variable λ in μ umbenannt, dann folgt schließlich für die quadratische Hilfszeitfunktion

$$z_2(t) = -\frac{1}{2} \sum_{\mu+\nu=0}^n \sum_{\mu=0}^{\mu+\nu} l_{\mu+\nu} \binom{\mu+\nu}{\mu} [\varphi(t)]^{(\mu)} [\varphi(t)]^{(\nu)} + \frac{1}{2} \sum_{\mu=0}^n \sum_{\nu=0}^n l_{\mu} l_{\nu} [\varphi(t)]^{(\mu)} [\varphi(t)]^{(\nu)} \quad (4.10)$$

Damit läßt sich mit der Definition für die Binominalkoeffizienten

$$\binom{\mu}{\lambda} = \frac{\mu!}{\lambda! (\mu-\lambda)!} \quad , \quad (4.11)$$

mit der Beziehung

$$l_{n+\lambda} = 0 \quad \forall \quad \lambda = 1, 2, 3, \dots$$

und der Festlegung der quadratischen Verzerrungskoeffizienten

$$q_{\mu, \nu} = \frac{1}{2} \left[l_{\mu} l_{\nu} - \frac{(\mu+\nu)!}{\mu! \nu!} l_{\mu+\nu} \right] \quad (4.12)$$

sowie der hierfür geltenden Bedingung

$$q_{\mu, \nu} = 0 \quad \forall \quad \begin{cases} \mu, \nu < 1 \\ \mu, \nu > n \end{cases} \quad (4.13)$$

folgende Endformel für die quadratische Hilfszeitfunktion $z_2(t)$ angeben:

$$z_2(t) = \sum_{\mu=1}^n \sum_{\nu=1}^n q_{\mu, \nu} [\varphi(t)]^{(\mu)} [\varphi(t)]^{(\nu)} \quad (4.14)$$

Für die quadratischen Verzerrungskoeffizienten gilt dabei die Symmetriebedingung:

$$q_{\mu, \nu} = q_{\nu, \mu} \quad (4.15)$$

Für die quadratischen Phasenverzerrungsterme können schließlich die folgenden Beziehungen angeschrieben werden:

$$\psi_2(t) = \sum_{\mu=1}^n \sum_{\nu=1}^n \operatorname{Im} \{ q_{\mu, \nu} \} [\varphi(t)]^{(\mu)} [\varphi(t)]^{(\nu)} \quad (4.16)$$

$$\eta_2(t) = \theta \sum_{\mu=1}^n \sum_{\nu=1}^n \operatorname{Re} \{ q_{\mu, \nu} \} [\varphi(t)]^{(\mu)} [\varphi(t)]^{(\nu)} \quad (4.17)$$

4.3. Kubische Zeitfunktionsanteile

Aus Gl.(2.14) folgt zunächst mit Gl.(4.9) für die kubische Hilfszeitfunktion:

$$\begin{aligned}
 z_3(t) = & -j \frac{1}{3} \sum_{\mu=0}^n \sum_{v=0}^n \sum_{g=0}^n l_{\mu} l_v l_g [\varphi(t)]^{(\mu)} [\varphi(t)]^{(v)} [\varphi(t)]^{(g)} + \\
 & + j \frac{1}{2} \sum_{\mu=0}^n l_{\mu} [\varphi(t)]^{(\mu)} \sum_{g+v=0}^n \sum_{g=0}^n l_{v+g} \binom{v+g}{g} [\varphi(t)]^{(v)} [\varphi(t)]^{(g)} \\
 & - j \frac{1}{6} \sum_{\lambda=0}^n l_{\lambda} [\varphi^3(t)]^{(\lambda)}
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

Der letzte Summand dieser Gleichung kann wiederum umgeformt werden.

Mit

$$[\varphi(t) \cdot \varphi^2(t)]^{(\lambda)} = \sum_{\kappa=0}^{\lambda} \binom{\lambda}{\kappa} [\varphi(t)]^{(\lambda-\kappa)} [\varphi^2(t)]^{(\kappa)} \tag{4.19}$$

und

$$[\varphi(t) \cdot \varphi(t)]^{(\kappa)} = \sum_{\zeta=0}^{\kappa} \binom{\kappa}{\zeta} [\varphi(t)]^{(\kappa-\zeta)} [\varphi(t)]^{(\zeta)} \tag{4.20}$$

ergibt sich:

$$\sum_{\lambda=0}^n l_{\lambda} [\varphi^3(t)]^{(\lambda)} = \sum_{\lambda=0}^n \sum_{\kappa=0}^{\lambda} l_{\lambda} \binom{\lambda}{\kappa} [\varphi(t)]^{(\lambda-\kappa)} \sum_{\zeta=0}^{\kappa} \binom{\kappa}{\zeta} [\varphi(t)]^{(\kappa-\zeta)} [\varphi(t)]^{(\zeta)} \tag{4.21}$$

Wird hierin entsprechend dem ersten Summanden der Gl.(4.18) die Variablen-Transformation

$$\begin{array}{rcl}
 (\lambda - \kappa) = \mu & & \lambda = \mu + v + g \\
 (\kappa - \zeta) = v & & \kappa = v + g \\
 \zeta = g & & \zeta = g
 \end{array} \tag{4.22}$$

durchgeführt, dann folgt:

$$\sum_{\lambda=0}^n I_{\lambda} [\varphi^3(t)]^{(\lambda)} = \sum_{\mu+v+g=0}^n \sum_{v+g=0}^{\mu+v+g} \sum_{g=0}^{v+g} I_{\mu+v+g} \cdot \quad (4.23)$$

$$\frac{(\mu+v+g)!}{\mu!v!g!} [\varphi(t)]^{(\mu)} [\varphi(t)]^{(v)} [\varphi(t)]^{(g)}.$$

Damit läßt sich für die kubischen Verzerrungskoeffizienten die Beziehung

$$k_{\mu,v,g} = j \frac{1}{6} \left[-2 I_{\mu} I_v I_g + 3 I_{\mu+v} I_g \frac{(\mu+v)!}{\mu!v!} + \right. \quad (4.24)$$

$$\left. - I_{\mu+v+g} \frac{(\mu+v+g)!}{\mu!v!g!} \right]$$

angeben, für die mit

$$I_{n+\lambda} = 0 \quad \forall \quad \lambda = 1, 2, 3, \dots$$

sowie

$$k_{\mu,0,0} = k_{0,v,0} = k_{0,0,g} = 0$$

und

$$k_{\delta,\lambda,0} + k_{\delta,0,\lambda} + k_{0,\delta,\lambda} = 0$$

die Bedingung

$$k_{\mu,v,g} = 0 \quad \forall \quad \begin{cases} \mu, v, g < 1 \\ \mu, v, g > n \end{cases} \quad (4.25)$$

gilt.

Somit lautet die Endformel für die kubische Hilfszeitfunktion

$$z_3(t) = \sum_{\mu=1}^n \sum_{\nu=1}^n \sum_{g=1}^n k_{\mu,\nu,g} [\varphi(t)]^{(\mu)} [\varphi(t)]^{(\nu)} [\varphi(t)]^{(g)} \quad (4.26)$$

Für die kubischen Verzerrungskoeffizienten gilt dabei die Symmetriebedingung:

$$k_{\mu,\nu,g} = k_{\nu,\mu,g} \quad (4.27)$$

Mit Gl.(4.26) lassen sich schließlich für die kubischen Phasenverzerrungsterme die folgenden Ausdrücke angeben:

$$\psi_3(t) = \sum_{\mu=1}^n \sum_{\nu=1}^n \sum_{g=1}^n \operatorname{Im} \{ k_{\mu,\nu,g} \} [\varphi(t)]^{(\mu)} [\varphi(t)]^{(\nu)} [\varphi(t)]^{(g)} \quad (4.28)$$

$$\eta_3(t) = \theta \sum_{\mu=1}^n \sum_{\nu=1}^n \sum_{g=1}^n \operatorname{Re} \{ k_{\mu,\nu,g} \} [\varphi(t)]^{(\mu)} [\varphi(t)]^{(\nu)} [\varphi(t)]^{(g)} \quad (4.29)$$

5. Ermittlung der spektralen Leistungsdichte der quadratischen und kubischen Verzerrungsterme nach der Demodulation

Die Berechnung der nichtlinearen Intermodulations- und AM/PM-Konversions-Verzerrungsleistungen läßt sich über die spektrale Leistungsdichte der quadratischen und kubischen Verzerrungsterme durchführen. Als Ausgangspunkt für die Ableitung der benötigten Leistungsspektren dienen die im vorhergehenden Abschnitt angegebenen Hilfszeitfunktionen. Ferner wird die spektrale Leistungsdichte der Sendephase $\varphi(t)$ bzw. des Basisband-Sendesignals $s(t)$ gebraucht und als bekannt vorausgesetzt.

Die in dieser Arbeit abgeleiteten Beziehungen für das Leistungsspektrum der nichtlinearen Verzerrungsterme unterscheiden sich gegenüber den aus der Literatur bekannten Lösungen zum Teil in folgenden wichtigen Punkten:

- a) Die spektrale Leistungsdichte der Sendephase $\varphi(t)$ einschließlich des Preemphasis-Frequenzganges wird exakt berücksichtigt.
- b) Die Ableitung des Leistungsspektrums der quadratischen und kubischen Verzerrungsterme wird ohne Vernachlässigungen durchgeführt.
- c) Die abgeleiteten Beziehungen für das Leistungsspektrum werden so umgeformt, daß eine minimale Rechenzeit und ein möglichst kleiner Speicherplatzbedarf für eine Programmierung an einem Digitalrechner erforderlich sind.

Zur Bestimmung der spektralen Leistungsdichte des Basisband-Empfangssignals $e(t)$ (siehe Bild 1.2) ist zunächst das Leistungsspektrum der zeitabhängigen Phase des am Demodulator anliegenden Signals $u_3(t)$ zu berechnen. Dazu bildet man die Fouriertransformierte der Autokorrelationsfunktion [55, 56] von

$$\psi(t) + \eta(t) = \psi_1(t) + \psi_2(t) + \psi_3(t) + \eta_1(t) + \eta_2(t) + \eta_3(t). \quad (5.1)$$

Die Autokorrelierte kann als Erwartungswert

$$R(\tau)_{\psi+\eta, \psi+\eta} = E \left\{ [\psi(t) + \eta(t)] \cdot [\psi(t+\tau) + \eta(t+\tau)] \right\} \quad (5.2)$$

der Zufallssignale $\psi(t)$ und $\eta(t)$ angeschrieben werden.

Die Sendephase $\varphi(t)$ ist voraussetzungsgemäß ein stationäres Zufallssignal mit einer Gaußschen Amplitudendichteverteilung und dem Mittelwert Null. Die linearen Phasenteile $\psi_1(t)$ und $\eta_1(t)$ lassen sich entsprechend den Gln.(4.5) und (4.6) als Linearkombination des Gaußschen Zufallssignals $\varphi(t)$ und dessen Ableitungen darstellen. Die quadratischen Phasenterme $\psi_2(t)$ und $\eta_2(t)$ setzen sich nach Gl.(4.16) bzw. (4.17) aus n^2 Summanden zusammen, welche jeweils das Produkt zweier Ableitungen der Ordnung $\mu, \nu \leq n$ von $\varphi(t)$ enthalten. Die n^3 Summanden der kubischen Phasenglieder $\psi_3(t)$ und $\eta_3(t)$ enthalten entsprechend den Gln.(4.28) und (4.29) das Produkt von jeweils drei Ableitungen der Ordnung $\mu, \nu, \varrho \leq n$ des Gaußsignals $\varphi(t)$.

Wie in [5] gezeigt, verschwindet der Erwartungswert eines Produkts einer ungeraden Anzahl von stationären, Gaußschen Zufallsvariablen, deren Einzelerwartungswerte Null sind. Bei der Ausmultiplikation der Gl.(5.2) werden diese Terme deshalb sofort gestrichen und wir erhalten für die linearen, quadratischen und kubischen Verzerrungen folgende Erwartungswerte:

$$\begin{aligned} R(\tau)_{\psi+\eta, \psi+\eta} &= R_1(\tau) + R_2(\tau) + R_3(\tau) ; \\ R_1(\tau) &= E \left\{ \psi_1(t) \psi_1(t+\tau) \right\} + E \left\{ \eta_1(t) \eta_1(t+\tau) \right\} + \\ &+ E \left\{ \psi_1(t) \eta_1(t+\tau) \right\} + E \left\{ \eta_1(t) \psi_1(t+\tau) \right\} ; \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} R_2(\tau) &= E \left\{ \psi_2(t) \psi_2(t+\tau) \right\} + E \left\{ \eta_2(t) \eta_2(t+\tau) \right\} + \\ &+ E \left\{ \psi_2(t) \eta_2(t+\tau) \right\} + E \left\{ \eta_2(t) \psi_2(t+\tau) \right\} + \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned}
 & + E \{ \psi_1(t) \psi_3(t+\tau) \} + E \{ \psi_3(t) \psi_1(t+\tau) \} + \\
 & + E \{ \eta_1(t) \eta_3(t+\tau) \} + E \{ \eta_3(t) \eta_1(t+\tau) \} + \\
 & + E \{ \psi_1(t) \eta_3(t+\tau) \} + E \{ \eta_3(t) \psi_1(t+\tau) \} + \\
 & + E \{ \psi_3(t) \eta_1(t+\tau) \} + E \{ \eta_1(t) \psi_3(t+\tau) \} ;
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

$$\begin{aligned}
 R_3(\tau) = & E \{ \psi_3(t) \psi_3(t+\tau) \} + E \{ \eta_3(t) \eta_3(t+\tau) \} + \\
 & + E \{ \psi_3(t) \eta_3(t+\tau) \} + E \{ \eta_3(t) \psi_3(t+\tau) \} ;
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Da wir uns ausschließlich für die nichtlinearen Signalverzerrungen interessieren, wird der lineare Anteil $R_1(\tau)$ im folgenden nicht mehr berücksichtigt. Die Fouriertransformierte von Gl.(5.3) könnte aber z.B. zur Formulierung der Forderungen an ein lineares Entzerrernetzwerk für das Basisbandsignal am Empfängereingang Verwendung finden.

Die Anzahl der Summanden in $R_2(\tau)$ läßt sich reduzieren, wenn von der in Abschnitt 1.1 getroffenen Voraussetzung Gebrauch gemacht wird, nach der das Leistungsspektrum des Sendesignals für den jeweiligen Meßkanal eine Lücke aufweist. In diesem Fall kann dann, wie im Anhang 10.1 gezeigt, der quadratische Anteil der Verzerrungen durch die Summe der Erwartungswerte

$$\begin{aligned}
 & E \{ \psi_2(t) \psi_2(t+\tau) \} + E \{ \eta_2(t) \eta_2(t+\tau) \} + \\
 & + E \{ \psi_2(t) \eta_2(t+\tau) \} + E \{ \eta_2(t) \psi_2(t+\tau) \}
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

allein beschrieben werden.

Handelt es sich um reine Intermodulationsverzerrungen, dann läßt sich der quadratische Anteil der Autokorrelierten von Gl.(5.2) durch

$$R_{\psi_2, \psi_2}(\tau) = E \{ \psi_2(t) \psi_2(t+\tau) \} \quad (5.7)$$

und der kubische Anteil durch

$$R_{\psi_3, \psi_3}(\tau) = E \{ \psi_3(t) \psi_3(t+\tau) \} \quad (5.8)$$

darstellen.

Ist im FM-Übertragungsweg ein Baustein vorhanden, der zu einer AM/PM-Umwandlung führt, dann treten zusätzlich die Autokorrelierten des AM/PM-Signals $\eta(t)$, nämlich

$$R_{\eta_2, \eta_2}(\tau) = E \{ \eta_2(t) \eta_2(t+\tau) \} \quad (5.9)$$

und

$$R_{\eta_3, \eta_3}(\tau) = E \{ \eta_3(t) \eta_3(t+\tau) \} \quad (5.10)$$

auf. Weiterhin entstehen die quadratischen und kubischen Kreuzterme $R_{\psi_2, \eta_2}(\tau)$ und $R_{\eta_2, \psi_2}(\tau)$ bzw. $R_{\psi_3, \eta_3}(\tau)$ und $R_{\eta_3, \psi_3}(\tau)$. Diese Kreuzterme sind in der Regel immer kleiner als die Autokorrelierten und können bei gebräuchlichen FM-Systemen insbesondere aus folgenden zwei Gründen vernachlässigt werden: Durch geeignete Auslegung des Amplitudenbegrenzers ist es einmal möglich, den AM/PM-Konversionsfaktor θ klein zu halten, sodaß $\eta_2(t)$ und $\eta_3(t)$ gegenüber den Intermodulationsstörungen vernachlässigbar sind. Zum anderen kann durch einen Übertragungskanal, dessen Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitverlauf bezüglich der Trägerfrequenz symmetrisch ist und bei dem daher die Imaginärteile der l_v -Werte Null sind, erreicht werden, daß die Signale $\psi_2(t)$ und $\eta_3(t)$ verschwinden.

Grundsätzlich jedoch lassen sich mit den später abgeleiteten Beziehungen alle Störleistungsspektren hervorgerufen durch Auto- und Kreuzkorrelationsterme berechnen. Die Ableitung der dazu nötigen Formeln kann einheitlich für alle quadratischen Störungen über die Hilfszeitfunktion $z_2(t)$ und für alle kubischen Störungen mittels $z_3(t)$ durchgeführt werden.

Neben der Angabe der spektralen Leistungsdichte der quadratischen und kubischen Verzerrungsterme interessiert die absolute Verzerrungsleistung in einem Fernsprechkanal sowie die auf die gesendete Signalleistung bezogene Verzerrungsleistung. Die Formeln zur Berechnung dieser Größen werden am Schluß dieses Kapitels zusammengestellt.

5.1. Autokorrelationsfunktion von $z_2(t)$

Zur Berechnung der spektralen Leistungsdichte von $z_2(t)$ wird die Autokorrelationsfunktion dieses Verzerrungsterms benötigt. Hierfür kann geschrieben werden:

$$R_{z_2 z_2}(\tau) = E\{z_2(t) z_2(t+\tau)\} = \quad (5.11)$$

$$= \sum_{\mu_1=1}^n \sum_{\nu_1=1}^n \sum_{\mu_2=1}^n \sum_{\nu_2=1}^n q_{\mu_1 \nu_1} \cdot q_{\mu_2 \nu_2} \cdot E\{\varphi^{(\mu_1)}(t) \varphi^{(\nu_1)}(t) \varphi^{(\mu_2)}(t+\tau) \varphi^{(\nu_2)}(t+\tau)\}.$$

Wie im Anhang 10.2 gezeigt wird, läßt sich der Erwartungswert eines Produktes von vier Gaußschen Zufallsgrößen durch Gl. (A2.4) angeben. Damit kann der Erwartungswert durch folgenden Ausdruck ersetzt werden:

$$E\{\varphi^{(\mu_1)}(t) \varphi^{(\nu_1)}(t)\} \cdot E\{\varphi^{(\mu_2)}(t+\tau) \varphi^{(\nu_2)}(t+\tau)\} +$$

$$+ E\{\varphi^{(\mu_1)}(t) \varphi^{(\mu_2)}(t+\tau)\} \cdot E\{\varphi^{(\nu_1)}(t) \varphi^{(\nu_2)}(t+\tau)\} + \quad (5.12)$$

$$+ E\{\varphi^{(\mu_1)}(t) \varphi^{(\nu_2)}(t+\tau)\} \cdot E\{\varphi^{(\nu_1)}(t) \varphi^{(\mu_2)}(t+\tau)\}.$$

Mit der im Anhang 10.3 abgeleiteten Beziehung

$$E\{\varphi^{(\mu)}(t)\varphi^{(\nu)}(t+\tau)\} = (-1)^\mu R_{\varphi,\varphi}^{(\mu,\nu)}(\tau) \quad (5.13)$$

kann Gl.(5.12) umgeformt werden und es ergibt sich

$$\begin{aligned} R_{z_2 z_2}(\tau) = & \sum_{\mu_1=1}^n \sum_{\nu_1=1}^n \sum_{\mu_2=1}^n \sum_{\nu_2=1}^n q_{\mu_1 \nu_1} q_{\mu_2 \nu_2} \left[E\{\varphi^{(\mu_1)}(t)\varphi^{(\nu_1)}(t)\} E\{\varphi^{(\mu_2)}(t)\varphi^{(\nu_2)}(t)\} + \right. \\ & \left. + (-1)^{\mu_1 \nu_1} \left(R_{\varphi,\varphi}^{(\mu_1 \mu_2)}(\tau) R_{\varphi,\varphi}^{(\nu_1 \nu_2)}(\tau) + R_{\varphi,\varphi}^{(\mu_1 \nu_2)}(\tau) R_{\varphi,\varphi}^{(\nu_1 \mu_2)}(\tau) \right) \right]. \end{aligned} \quad (5.14)$$

Wird die Beziehung $q_{\mu_1 \nu_1} = q_{\nu_1 \mu_1}$ berücksichtigt, dann läßt sich hiermit die vereinfachte Endformel

$$\begin{aligned} R_{z_2 z_2}(\tau) = & \sum_{\mu_1=1}^n \sum_{\nu_1=1}^n \sum_{\mu_2=1}^n \sum_{\nu_2=1}^n q_{\mu_1 \nu_1} q_{\mu_2 \nu_2} \left[E\{\varphi^{(\mu_1)}(t)\varphi^{(\nu_1)}(t)\} E\{\varphi^{(\mu_2)}(t)\varphi^{(\nu_2)}(t)\} + \right. \\ & \left. + 2 \cdot (-1)^{\mu_1 \nu_1} R_{\varphi,\varphi}^{(\mu_1 \mu_2)}(\tau) R_{\varphi,\varphi}^{(\nu_1 \nu_2)}(\tau) \right] = \{R_{z_2 z_2}(\tau)\}_0 + \{R_{z_2 z_2}(\tau)\}_2 \end{aligned} \quad (5.15)$$

ableiten. In $\{R_{z_2 z_2}(\tau)\}_0$ sollen dabei die Terme zusammengefaßt sein, die unabhängig von $R_{\varphi,\varphi}(\tau)$ sind, und entsprechend in $\{R_{z_2 z_2}(\tau)\}_2$ diejenigen, welche die Autokorrelierten $R_{\varphi,\varphi}(\tau)$ der Sendephase $\varphi(t)$ bzw. Ableitungen von $R_{\varphi,\varphi}(\tau)$ quadratisch enthalten.

5.2. Autokorrelationsfunktion von $z_3(t)$

Analog zu Gl. (5.11) kann für die Autokorrelationsfunktion von $z_3(t)$ folgender Ansatz geschrieben werden:

$$R_{z_3, z_3}(\tau) = E\{z_3(t) z_3(t+\tau)\} = \sum_{\mu_1=1}^n \sum_{\nu_1=1}^n \sum_{s_1=1}^n \sum_{\mu_2=1}^n \sum_{\nu_2=1}^n \sum_{s_2=1}^n k_{\mu_1, \nu_1, s_1} k_{\mu_2, \nu_2, s_2} \cdot E\{\varphi^{(\mu_1)}(t) \varphi^{(\nu_1)}(t) \varphi^{(s_1)}(t) \varphi^{(\mu_2)}(t+\tau) \varphi^{(\nu_2)}(t+\tau) \varphi^{(s_2)}(t+\tau)\}. \quad (5.16)$$

Mit der im Anhang 10.2 angegebenen Beziehung zur Berechnung des Erwartungswertes von sechs Gaußschen Zufallsgrößen und mit der in 10.3 gezeigten Umformung kann eine Gl. (5.15) entsprechende Darstellung gefunden werden:

$$R_{z_3, z_3}(\tau) = \{R_{z_3, z_3}(\tau)\}_1 + \{R_{z_3, z_3}(\tau)\}_3. \quad (5.17)$$

Der Summand $\{R_{z_3, z_3}(\tau)\}_1$ enthält neun Glieder der Form

$$E\{\varphi^{(\mu_1)}(t) \varphi^{(\nu_1)}(t)\} E\{\varphi^{(\mu_2)}(t) \varphi^{(\nu_2)}(t)\} R_{\varphi, \varphi}^{(s_1+s_2)}(\tau), \quad (5.18)$$

in denen Ableitungen der Autokorrelationsfunktion $R_{\varphi, \varphi}(\tau)$ nur jeweils einfach vorkommen. Hierauf soll durch den Index „1“ hingewiesen werden. Bildet man die Fouriertransformierte von $\{R_{z_3, z_3}(\tau)\}_1$, dann erhält man neun Glieder der Form $E\{\varphi^{\mu_1} \varphi^{\nu_1}\} E\{\varphi^{\mu_2} \varphi^{\nu_2}\} (j\omega)^{s_1+s_2} \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega)$ welche nur das durch eine Konstante $E\{\varphi^{\mu_1} \varphi^{\nu_1}\} E\{\varphi^{\mu_2} \varphi^{\nu_2}\}$ und einen frequenzabhängigen Faktor $(j\omega)^{s_1+s_2}$ bewertete Sendespektrum $\Phi_{\varphi, \varphi}(\omega)$ enthalten. Da also im Term $\{\{R_{z_3, z_3}(\tau)\}_1\}$ keine neuen Spektralkomponenten entstehen, bildet dieser Anteil einen Beitrag zu den linearen Signalverzerrungen. Da insbesondere bei dem simulierten Meßverfahren das Spektrum $\Phi_{\varphi, \varphi}(\omega)$ für den jeweiligen Meßkanal eine Lücke aufweist, soll der Term $\{\{R_{z_3, z_3}(\tau)\}_1\}$ im weiteren nicht mehr betrachtet werden.

Der Summand $\{R_{z_3, z_3}(\tau)\}_3$, welcher sechs Glieder enthält, in denen Ableitungen von $R_{\varphi, \varphi}(\tau)$ kubisch vorkommen, läßt sich in folgender Weise darstellen:

$$\begin{aligned} \{R_{z_3, z_3}(\tau)\}_3 &= \sum_{\mu_1=1}^n \sum_{\nu_1=1}^n \sum_{g_1=1}^n \sum_{\mu_2=1}^n \sum_{\nu_2=1}^n \sum_{g_2=1}^n k_{\mu_1, \nu_1, g_1} k_{\mu_2, \nu_2, g_2} (-1)^{\mu_1 + \nu_1 + g_1} \\ &\cdot \left[R_{\varphi, \varphi}^{(\mu_1 + \mu_2)}(\tau) R_{\varphi, \varphi}^{(\nu_1 + \nu_2)}(\tau) R_{\varphi, \varphi}^{(g_1 + g_2)}(\tau) + R_{\varphi, \varphi}^{(\mu_1 + \mu_2)}(\tau) R_{\varphi, \varphi}^{(\nu_1 + g_2)}(\tau) R_{\varphi, \varphi}^{(g_1 + \nu_2)}(\tau) + \right. \\ &\quad R_{\varphi, \varphi}^{(\mu_1 + \nu_2)}(\tau) R_{\varphi, \varphi}^{(\nu_1 + \mu_2)}(\tau) R_{\varphi, \varphi}^{(g_1 + g_2)}(\tau) + R_{\varphi, \varphi}^{(\mu_1 + \nu_2)}(\tau) R_{\varphi, \varphi}^{(\nu_1 + g_2)}(\tau) R_{\varphi, \varphi}^{(g_1 + \mu_2)}(\tau) + \\ &\quad \left. R_{\varphi, \varphi}^{(\mu_1 + g_2)}(\tau) R_{\varphi, \varphi}^{(\nu_1 + \mu_2)}(\tau) R_{\varphi, \varphi}^{(g_1 + \nu_2)}(\tau) + R_{\varphi, \varphi}^{(\mu_1 + g_2)}(\tau) R_{\varphi, \varphi}^{(\nu_1 + \nu_2)}(\tau) R_{\varphi, \varphi}^{(g_1 + \mu_2)}(\tau) \right]. \end{aligned} \quad (5.19)$$

Wird die Beziehung $k_{\mu_1, \nu_1, g_1} = k_{\nu_1, \mu_1, g_1}$ eingeführt, dann kann nach einigen Umformungen die Endbeziehung für die Autokorrelationsfunktion der kubischen Verzerrungsanteile angeschrieben werden:

$$\begin{aligned} \{R_{z_3, z_3}(\tau)\}_3 &= 2 \sum_{\mu_1=1}^n \sum_{\nu_1=1}^n \sum_{g_1=1}^n \sum_{\mu_2=1}^n \sum_{\nu_2=1}^n \sum_{g_2=1}^n k_{\mu_1, \nu_1, g_1} k_{\mu_2, \nu_2, g_2} (-1)^{\mu_1 + \nu_1 + g_1} \\ &\cdot \left[R_{\varphi, \varphi}^{(\mu_1 + \mu_2)}(\tau) R_{\varphi, \varphi}^{(\nu_1 + \nu_2)}(\tau) R_{\varphi, \varphi}^{(g_1 + g_2)}(\tau) + 2 R_{\varphi, \varphi}^{(\mu_1 + \mu_2)}(\tau) R_{\varphi, \varphi}^{(\nu_1 + g_2)}(\tau) R_{\varphi, \varphi}^{(g_1 + \nu_2)}(\tau) \right]. \end{aligned} \quad (5.20)$$

5.3. Spektrale Leistungsdichtefunktion der quadratischen Verzerrungsanteile

Zur Berechnung des Leistungsspektrums der quadratischen Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen wird die Fouriertransformierte der Autokorrelationsfunktion von $z_2(t)$ gebildet. Mit dem Leistungsspektrum von $\varphi(t)$

$$\Phi_{\varphi, \varphi}(\omega) = \mathfrak{F} \left\{ R_{\varphi, \varphi}(\tau) \right\}, \quad (5.21)$$

der Beziehung für die Fouriertransformierte der μ -fachen Ableitung der Autokorrelierten von $\varphi(t)$

$$\mathfrak{F} \left\{ R_{\varphi, \varphi}^{(\mu)}(\tau) \right\} = (j\omega)^\mu \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega), \quad (5.22)$$

sowie der Fouriertransformierten eines Produktes von Autokorrelationsfunktionen

$$\begin{aligned} \mathfrak{F} \left\{ R_{\varphi, \varphi}^{(\mu)}(\tau) R_{\varphi, \varphi}^{(\nu)}(\tau) \right\} &= \frac{1}{2\pi} \left[(j\omega)^\mu \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega) * (j\omega)^\nu \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega) \right] = \\ &= \frac{1}{2\pi} (j)^{\mu+\nu} \int_{-\infty}^{+\infty} \Omega^\mu \Phi_{\varphi, \varphi}(\Omega) \cdot (\omega - \Omega)^\nu \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega - \Omega) d\Omega \end{aligned} \quad (5.23)$$

und mit Gl.(5.15) läßt sich das Leistungsspektrum von $z_2(t)$ in folgender Weise anschreiben:

$$\begin{aligned} \Phi_{z_2, z_2}(\omega) &= \mathfrak{F} \left\{ R_{z_2, z_2}(\tau) \right\} = \\ &= \delta(\omega) \sum_{\mu_1=1}^n \sum_{\nu_1=1}^n \sum_{\mu_2=1}^n \sum_{\nu_2=1}^n q_{\mu_1, \nu_1} q_{\mu_2, \nu_2} E \left\{ \varphi^{(\mu_1)}(t) \varphi^{(\nu_1)}(t) \right\} E \left\{ \varphi^{(\mu_2)}(t) \varphi^{(\nu_2)}(t) \right\} + \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{\pi} \sum_{\mu_1=1}^n \sum_{\nu_1=1}^n \sum_{\mu_2=1}^n \sum_{\nu_2=1}^n q_{\mu_1, \nu_1} q_{\mu_2, \nu_2} (-1)^{\mu_1 + \nu_1} (j)^{\mu_1 + \nu_1 + \mu_2 + \nu_2} \cdot \quad (5.24)$$

$$\cdot [\omega^{\mu_1 + \mu_2} \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega) * \omega^{\nu_1 + \nu_2} \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega)].$$

Unter dem Symbol $*$ ist dabei die Kurzschreibweise für das Faltungsintegral entsprechend Gl.(5.23) zu verstehen.

Wie bereits in Abschnitt 1.1 erwähnt, liegt das zu übertragende Basisbandspektrum im Frequenzbereich $2\pi f_u \leq \omega \leq 2\pi f_o$ mit $2\pi f_u > 0$. Da nur die in diesem Frequenzbereich auftretenden nichtlinearen Verzerrungen interessieren, wird bei den weiteren Ableitungen der diskrete Anteil des Leistungsspektrums bei der Frequenz $\omega = 0$ weggelassen.

Die Terme, welche die eigentlichen quadratischen Verzerrungen beinhalten, werden nun aus folgenden Gründen umgeformt:

- a) Es wird nach einer Summationsdarstellung gesucht, welche die einzelnen Terme nach der Wertigkeit ihres Beitrags zu den Gesamtverzerrungen auflistet, sodaß gegebenenfalls ein sinnvoller Abbruch der Summendarstellung ermöglicht wird.
- b) Die Anzahl der auszuführenden Faltungen soll aus Rechenzeit-, Speicherplatz- und Genauigkeitsgründen möglichst klein sein. Damit eine einmalige Berechnung und Abspeicherung der Faltungsintegrale möglich ist, müssen diese unabhängig vom linearen Übertragungssystem bleiben.
- c) Eine zusätzliche Rechenzeitminimierung ist möglich, wenn die Anzahl der Multiplikationen zwischen den Faltungsprodukten und den Koeffizienten des linearen Übertra-

gungssystems reduziert wird.

- d) Da zunächst nur die spektrale Leistungsdichte von $\hat{\varphi}(t)$ bekannt ist, werden die Faltungen in Abhängigkeit von $\Phi_{\varphi,\varphi}(\omega)$ ausgedrückt.

Zur Durchführung der genannten Umformungen wird zunächst für $\mu_1 + \mu_2 = \mu$ und für $\nu_1 + \nu_2 = \nu$ gesetzt.

Da $q_{\mu-\mu_1, \nu-\nu_1} = 0$ für $\mu < \mu_1 + 1$ oder $\mu > n + \mu_1$ bzw. $\nu < \nu_1 + 1$ oder $\nu > n + \nu_1$ und da weiterhin die Beziehung $q_{\mu_1, \nu_1} \neq 0$ für $1 \leq \mu_1 \leq n$ und $1 \leq \nu_1 \leq n$ gilt, können für die μ - und ν -Summen als untere Grenze $\mu_{\min} = \nu_{\min} = 2$ und als obere Grenze $\mu_{\max} = \nu_{\max} = 2n$ gesetzt werden. Damit läßt sich Gl.(5.24) in folgender Weise anschreiben:

$$\begin{aligned} \Phi_{z_2 z_2}(\omega) &= \frac{1}{\pi} \sum_{\mu_1=1}^n \sum_{\nu_1=1}^n (-1)^{\mu_1+\nu_1} q_{\mu_1, \nu_1} \cdot \\ &\cdot \sum_{\mu=2}^{2n} \sum_{\nu=2}^{2n} q_{\mu-\mu_1, \nu-\nu_1} (j)^{\mu+\nu} [\omega^{\mu} \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega) * \omega^{\nu} \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega)]. \end{aligned} \quad (5.25)$$

Gesucht ist eine Darstellung der Faltungen in der Form

$$[\omega^S \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega) * \omega^{S+\lambda} \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega)], \quad (5.26)$$

die sich, wie im Anhang 10.4 gezeigt wird, überführen läßt in

$$\omega^{\nu} [\omega^{\mu} \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega) * \omega^{\mu} \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega)], \quad (5.27)$$

womit die Darstellung mit der minimal notwendigen Anzahl von Faltungen gefunden ist.

Dazu wird die Doppelsumme $\sum_{\mu=2}^{2n} \sum_{\nu=2}^{2n} \{ \dots \}$ in Gl. (5.25) unter Zuhilfenahme von Bild 5.1 umgeformt. Die Werte für μ_1 und ν_1 sind dabei als Konstanten anzusehen.

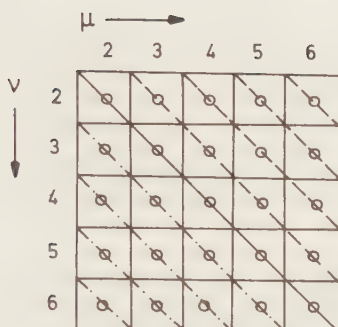


Bild 5.1: Zur Umformung der Doppelsumme $\sum_{\mu=2}^{2n} \sum_{\nu=2}^{2n} \{ \dots \}$
(Beispiel für $n = 3$)

Die Glieder der Doppelsumme $\sum_{\mu=2}^{2n} \sum_{\nu=2}^{2n} \{ \dots \}$ lassen sich in eine quadratische Matrix einordnen und zeilen- bzw. spaltenweise aufaddieren. Die Additionsreihenfolge wird nun so verändert, daß die Addition entlang der eingezeichneten Diagonalen erfolgt. Mit der verkürzten Schreibweise

$$[\omega^{\mu} \phi_{\varphi, \varphi}(\omega) * \omega^{\nu} \phi_{\varphi, \varphi}(\omega)] = [\omega^{\mu} \phi * \omega^{\nu} \phi]$$

kann für die Doppelsumme folgende Beziehung angeschrieben werden:

$$\begin{aligned} & \sum_{\mu=2}^{2n} \sum_{\nu=2}^{2n} (j)^{\mu+\nu} q_{\mu-\mu_1, \nu-\nu_1} [\omega^{\mu} \phi * \omega^{\nu} \phi] = \\ & = \sum_{\nu=2}^{2n} (-1)^{\nu} q_{\nu-\mu_1, \nu-\nu_1} [\omega^{\nu} \phi * \omega^{\nu} \phi] + | \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{g=1}^{2n-2} \sum_{v=2}^{2n-g} (j)^{v+v+g} q_{v-\mu_1, v+g-v_1} [\omega^v \phi * \omega^{v+g} \phi] + \vdots \\
 & + \sum_{g=1}^{2n-2} \sum_{v_2=2+g}^{2n} (j)^{v_2+v_2-g} q_{v_2-\mu_1, v_2-g-v_1} [\omega^{v_2} \phi * \omega^{v_2-g} \phi] \cdot \vdots
 \end{aligned} \quad (5.28)$$

Wird in der letzten Doppelsumme v_2 durch $v+g$ ersetzt und anschließend anhand des sich hierdurch ergebenden Ausdrucks durch Vertauschen von μ_1 mit v_1 und mit den Beziehungen $q_{v_1, \mu_1} = q_{\mu_1, v_1}$ und $q_{v+g-v_1, v-\mu_1} = q_{v-\mu_1, v+g-v_1}$ die Gleichheit mit der anderen Doppelsumme der Gl. (5.28) nachgewiesen, dann ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 \phi_{z_2, z_2}(\omega) &= \frac{2}{\pi} \sum_{\mu_1=1}^n \sum_{v_1=1}^n (-1)^{\mu_1+v_1} q_{\mu_1, v_1} \sum_{g=0}^{2n-2} \kappa_g \cdot \\
 &\quad \cdot \sum_{v=2}^{2n-g} (-1)^v (j)^g q_{v-\mu_1, v+g-v_1} [\omega^v \phi * \omega^{v+g} \phi]
 \end{aligned} \quad (5.29)$$

mit

$$\kappa_g = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{für } g = 0 \\ 1 & \text{für } g > 0. \end{cases}$$

Damit ist die gewünschte Darstellung der Faltungen entsprechend Gl. (5.26) gefunden.

Eine weitere Vereinfachung ist möglich, wenn man beachtet, daß die Sendephase $\varphi(t)$ eine in t reelle Zeitfunktion darstellt und somit nach Gl. (4.16) und (4.17) auch $\psi_2(t)$ und $\eta_2(t)$ reelle Funktionen sind. Damit sind die spektralen Leistungsdichten $\phi_{\psi_2, \psi_2}(\omega)$ und $\phi_{\eta_2, \eta_2}(\omega)$ reelle und außerdem gerade Funktionen.

Werden also in Gl.(5.29) die Koeffizienten q_{μ_1, v_1} und $q_{v-\mu_1, v+g-v_1}$ durch die Gl.(4.16) bzw. (4.17) entsprechenden Imaginär- bzw. Realteile ersetzt, dann läßt sich auch $\phi_{z_2, z_2}(\omega)$ als reelle Funktion auffassen. Damit entfallen alle Terme, für die g ungerade ist.

Wird g durch 2μ ersetzt und die Summationsreihenfolge vertauscht, dann erhält man:

$$\phi_{z_2, z_2}(\omega) = \frac{2}{\pi} \sum_{\mu=0}^{n-1} \sum_{v=2}^{2(n-\mu)} (-1)^{v+\mu} \chi_{\mu} [\omega^v \phi * \omega^{v+2\mu} \phi]. \quad (5.30)$$

$$\cdot \sum_{\mu_1=1}^n \sum_{v_1=1}^n (-1)^{\mu_1+v_1} q_{\mu_1, v_1} q_{v-\mu_1, v+2\mu-v_1}.$$

Diese Form der spektralen Leistungsdichte von $z_2(t)$ ist sehr ähnlich einer Zwischenbeziehung, die bei der Ableitung des Leistungsspektrums von $z_3(t)$ auftritt. Störend in dieser Gleichung ist noch, daß erstens eine relativ hohe Anzahl von Faltungsintegralen zu berechnen und abzuspeichern und zweitens eine Ordnung der Terme nach der Größe ihres Beitrags zu den Gesamtverzerrungen nicht deutlich erkennbar ist. Deshalb wird die im Anhang 10.4 abgeleitete Umformung

$$R_{\phi, \phi}^{(v)}(\tau) \cdot R_{\phi, \phi}^{(v+2\mu)}(\tau) = \sum_{g=0}^{\mu} (-1)^g \left[\frac{1}{2} \binom{2\mu-1-g}{g} + \binom{2\mu-1-g}{g-1} \right] \left[\left(R_{\phi, \phi}^{(v+g)}(\tau) \right)^2 \right]^{(2\mu-2g)} \quad (5.31)$$

eingeführt, die sich im Spektralbereich in folgender Weise anschreiben läßt:

$$[\omega^v \phi_{\phi, \phi} * \omega^{v+2\mu} \phi_{\phi, \phi}] = \sum_{g=0}^{\mu} (-1)^g \left[\frac{1}{2} \binom{2\mu-1-g}{g} + \binom{2\mu-1-g}{g-1} \right] \cdot [\omega^{v+g} \phi_{\phi, \phi} * \omega^{v+g} \phi_{\phi, \phi}] \cdot \omega^{2\mu-2g}.$$

(5.32)

Da für $\mu = 0$

$$\sum_{\xi=0}^{\mu} (-1)^{\xi} \left[\frac{1}{2} \binom{2\mu-1-\xi}{\xi} + \binom{2\mu-1-\xi}{\xi-1} \right] = \frac{1}{2} \quad (5.33)$$

gilt, muß κ_{μ} weggelassen werden, sodaß sich schließlich nach einigen Umformungen für das Leistungsspektrum von $z_2(t)$ ergibt:

$$\begin{aligned} \Phi_{z_2, z_2}(\omega) &= \frac{2}{\pi} \sum_{v=0}^{n-1} \omega^{2v} \sum_{\xi=2}^{2n} (-1)^{\xi} \left[\omega^{\xi} \Phi_{\varphi, \varphi} * \omega^{\xi} \Phi_{\varphi, \varphi} \right] \sum_{\mu_1=1}^n \sum_{v_1=1}^n (-1)^{\mu_1+v_1} q_{\mu_1, v_1} \cdot \\ &\cdot \sum_{\mu=0}^{n-1} (-1)^{\mu} \left[\frac{1}{2} \binom{\mu+v-1}{\mu-v} + \binom{\mu+v-1}{\mu-v-1} \right] q_{\xi+v-\mu-\mu_1, \xi+\mu+v-v_1} \end{aligned} \quad (5.34)$$

Mit dieser Gleichung sind die eingangs des Abschnittes 5.3 gestellten Forderungen a) bis c) erfüllt. Zur Einhaltung von Bedingung d) sind abschließend die Faltungen als Funktion der als bekannt vorausgesetzten spektralen Leistungsdichte $\Phi_{\dot{\varphi}, \dot{\varphi}}(\omega)$ von $\dot{\varphi}(t)$ anzugeben. Mit der Beziehung

$$\omega^2 \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega) = \Phi_{\dot{\varphi}, \dot{\varphi}}(\omega) \quad (5.35)$$

ist die Umformung

$$\omega^{\xi} \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega) * \omega^{\xi} \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega) = \omega^{\xi-2} \Phi_{\dot{\varphi}, \dot{\varphi}}(\omega) * \omega^{\xi-2} \Phi_{\dot{\varphi}, \dot{\varphi}}(\omega) \quad (5.36)$$

möglich, sodaß sich nach Ersetzen von μ durch ξ und anschließend von $\xi-2$ durch μ aus Gl.(5.34) die endgültige Beziehung

$$\phi_{z_2, z_2}(\omega) = \frac{2}{\pi} \sum_{v=0}^{n-1} \omega^{2v} \sum_{\mu=0}^{2n-2} FP_{\mu} \sum_{g=0}^{n-1} (-1)^g B_{vg} \quad (5.37)$$

$$\sum_{\mu_1=1}^n \sum_{v_1=1}^n (-1)^{\mu_1+v_1} q_{\mu_1, v_1} q_{2+\mu+v-g-\mu_1, 2+\mu+v+g-v_1}$$

anschreiben läßt.

In dieser gilt als Abkürzung für die Faltungsprodukte

$$FP_{\mu} = (-1)^{\mu} [\omega^{\mu} \phi_{\dot{\varphi}, \dot{\varphi}}(\omega) * \omega^{\mu} \phi_{\dot{\varphi}, \dot{\varphi}}(\omega)]. \quad (5.38)$$

Für B_{vg} ist der Ausdruck

$$B_{vg} = \frac{1}{2} \left(\frac{g+v-1}{g-v} \right) + \left(\frac{g-v-1}{g-v-1} \right) \quad (5.39)$$

einzusetzen, mit folgender Definition für die Binominalkoeffizienten:

$$\binom{n}{m} = \begin{cases} 0 & \forall \quad \begin{cases} m < 0 & \text{oder} \\ n < m & \text{bei } m \neq 0 \end{cases} \\ \frac{n!}{(n-m)! m!} & \forall \quad m \geq 0 \\ 1 & \forall \quad m = 0. \end{cases} \quad (5.40)$$

Die Werte von B_{vg} sind unabhängig von dem zu untersuchenden FM-System sowie dem vorliegenden Übertragungskanal. Sie werden deshalb nur einmal berechnet und abgespeichert. Die Faltungsprodukte FP_{μ} sind ebenfalls unabhängig vom Übertragungssystem, sie müssen jedoch für das jeweilige FM-System getrennt berechnet werden, da bei einer Rechnung mit normierten Frequenzen die Basisband-Meßkanäle nicht ineinander übergehen. Für die in der Tabelle 6.1 angegebenen üblichen FM-Richtfunkssysteme wurden jeweils an ungefähr 20 Basisband-Meßfrequenzen die Faltungsintegrale FP_{μ} für einen Parameterwertebereich $0 \leq \mu \leq 10$ numerisch ermittelt und abgespeichert. Die einmalige Rechenzeit betrug bei jedem System etwa 30 Minuten. Sie läßt sich noch verkleinern, wenn das in [64] beschriebene FFT-Verfahren zur Lösung der Faltungsintegrale eingesetzt wird.

Mit Gl.(5.37) sind die spektralen Leistungsdichten für die quadratischen Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen bekannt.

Für die quadratischen Intermodulationsverzerrungen gilt:

$$\Phi_{\psi_2, \psi_2}(\omega) = \frac{2}{\pi} \sum_{v=0}^{n-1} \omega^{2v} \sum_{\mu=0}^{2n-2} F_{P\mu} \sum_{g=0}^{n-1} (-1)^g B_{vg} \quad (5.41)$$

$$\cdot \sum_{\mu_1=1}^n \sum_{v_1=1}^n (-1)^{\mu_1+v_1} \operatorname{Im} \{q_{\mu_1, v_1}\} \operatorname{Im} \{q_{2+\mu+v-g-\mu_1, 2+\mu+v+g-v_1}\}.$$

Für die quadratischen AM/PM-Konversionsverzerrungen gilt:

$$\Phi_{\eta_2, \eta_2}(\omega) = \frac{2}{\pi} \theta^2 \sum_{v=0}^{n-1} \omega^{2v} \sum_{\mu=0}^{2n-2} F_{P\mu} \sum_{g=0}^{n-1} (-1)^g B_{vg} \quad (5.42)$$

$$\cdot \sum_{\mu_1=1}^n \sum_{v_1=1}^n (-1)^{\mu_1+v_1} \operatorname{Re} \{q_{\mu_1, v_1}\} \operatorname{Re} \{q_{2+\mu+v-g-\mu_1, 2+\mu+v+g-v_1}\}.$$

Eine weitere Rechenzeitreduzierung bei der Bestimmung der quadratischen Verzerrungen mittels eines Digitalrechners ist möglich, wenn in den Summen der Gln.(5.37), (5.41) und (5.42) minimal mögliche untere und maximal mögliche obere Grenzen eingeführt werden. Da die Ableitung dieser Grenzen einen verhältnismäßig breiten Raum einnehmen würde, soll nur das Ergebnis anhand des Leistungsspektrums $\Phi_{z_2, z_2}(\omega)$ angegeben werden. Analoge Summationsgrenzen gelten für die Gln.(5.41) und (5.42).

$$\Phi_{z_2, z_2}(\omega) = \frac{2}{\pi} \sum_{v=0}^{n-1} \omega^{2v} \sum_{\mu=0}^{2n-2-v} F_{P\mu} \sum_{g=v}^{\min(v+\mu; 2n-2-v-\mu)} (-1)^g B_{vg} \sum_{\mu_1=\max(1; 2+\mu+v-g-n)}^{\min(n; 1+\mu+v-g)} \quad (5.43)$$

$$\sum_{v_1=\max(1; 2+\mu+v+g-n)}^{\min(n; 1+\mu+v+g)} (-1)^{\mu_1+v_1} q_{\mu_1, v_1} q_{2+\mu+v-g-\mu_1, 2+\mu+v+g-v_1}.$$

In Gl.(5.43) bedeutet z.B. $\text{Min}(\nu+\mu; 2n-2-\nu-\mu)$, daß zunächst die Werte $(\nu+\mu)$ und $(2n-2-\nu-\mu)$ zu ermitteln sind und der kleinere als Grenze zu verwenden ist. Entsprechendes gilt für die anderen Schranken.

Am Schluß dieses Abschnittes wird gezeigt, daß aufgrund der durchgeführten Umformungen ein sinnvoller Abbruch der beiden ersten Summen von Gl.(5.37) bzw. (5.41) bis (5.43) ermöglicht wird. Um dies zu verdeutlichen, werden die Summanden von

$$\sum_{\nu} \omega^{2\nu} \text{ und } \sum_{\mu} (-1)^{\mu} [\omega^{\mu} \phi_{\psi, \psi}(\omega) * \omega^{\mu} \phi_{\psi, \psi}(\omega)]$$

graphisch dargestellt. Die Auswertung interessiert dabei im Frequenzbereich $f_u \leq f \leq f_o$ des zu übertragenden Tff-Vielkanalsystems. Für eine einfache und für alle Tff-Systeme gültige Darstellung wird als Bezugshfrequenz f_B die obere Basisbandgrenzhfrequenz f_o gewählt und das Basisbandspektrum durch eine konstante spektrale Leistungsdichte $\phi_{\bar{N}}$ im Bereich $0 \leq f \leq f_o$ beschrieben. Mit der angenommenen Normierung zeigen die Glieder der Summe

$$\sum_{\nu} \left(\frac{2\pi f}{2\pi f_B} \right)^{2\nu}$$

den in Bild 5.2 skizzierten Frequenzgang.

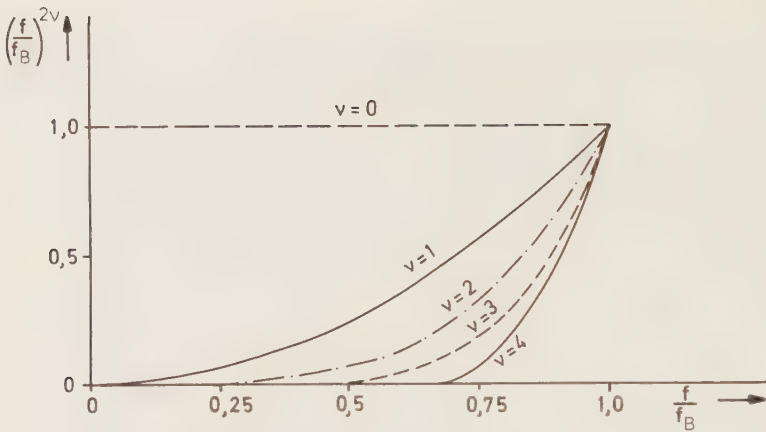


Bild 5.2: Frequenzabhängigkeit der Summanden von $\sum_v \left(\frac{f}{f_B}\right)^{2v}$

Man ersieht hieraus, daß mit steigendem v -Wert der Beitrag der Summanden bei niederen Frequenzen stark abnimmt und im wesentlichen nur noch bei den oberen Kanälen spürbar ist. Damit läßt sich die obere Grenze dieser Summe durch die Frequenzlage des Meßkanals, für den die quadratische Verzerrungsleistung berechnet werden soll, steuern.

Zur Darstellung der Glieder der Summe

$$\sum_{\mu} (-1)^{\mu} [\omega^{\mu} \Phi_{\dot{\varphi}, \dot{\varphi}}(\omega) * \omega^{\mu} \Phi_{\dot{\varphi}, \dot{\varphi}}(\omega)]$$

werden zunächst in den Bildern 5.3 und 5.4 die spektralen Leistungsdichtefunktionen $\Phi_{\dot{\varphi}, \dot{\varphi}}(\omega)$ und $\omega^{\mu} \Phi_{\dot{\varphi}, \dot{\varphi}}(\omega)$ angeben. Mit Gl.(1.2) und (1.5) lautet die Beziehung für das Leistungsspektrum von $\dot{\varphi}(t)$

$$\Phi_{\dot{\varphi}, \dot{\varphi}}(\omega) = c_M^2 \Phi_{\bar{N}_S} |H_P(j\omega)|^2 \quad (5.44)$$

$\Phi_{\dot{\psi}, \dot{\psi}}(\omega)$ hängt also von der Modulatorkonstanten c_M , von der Übertragungsfunktion $H_p(j\omega)$ des Preemphase-Netzwerks und vom Leistungsspektrum $\Phi_{\dot{N}}^s$ des vom Sender gelieferten Basisbandsignals ab. Die konstante spektrale Leistungsdichte $c_M^2 \Phi_{\dot{N}}^s$ wird durch das Preemphase-Netzwerk so bewertet, daß Spektralanteile bei niederen Frequenzen bedämpft und bei höheren Frequenzen verstärkt werden. Näherungsweise ergibt sich der in Bild 5.3 dargestellte Kurvenverlauf, wenn für $c_M^2 \Phi_{\dot{N}}^s$ ohne Einschränkung der Allgemeinheit der Wert Eins gesetzt und die CCIR-Preemphase angenommen wird.

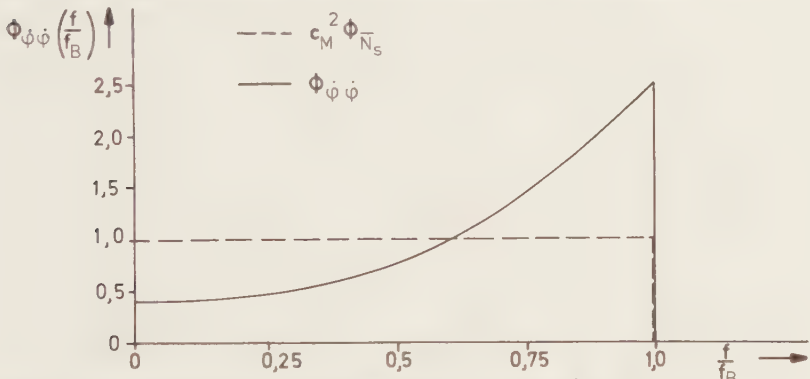


Bild 5.3: Spektrale Leistungsdichte $\Phi_{\dot{\psi}, \dot{\psi}}(\frac{f}{f_B})$ von $\dot{\psi}(t)$

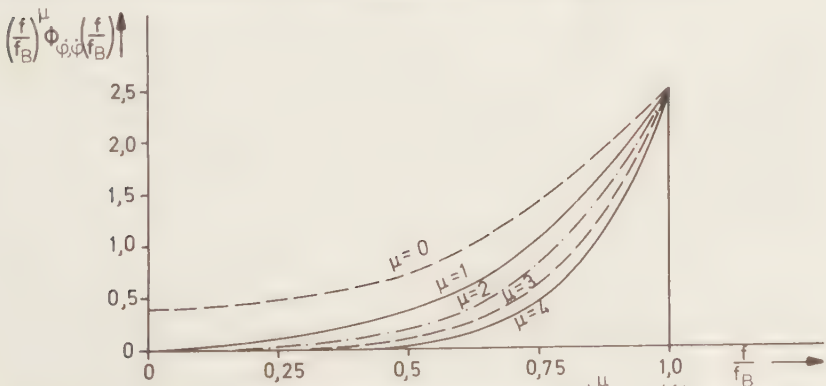


Bild 5.4: Spektrale Leistungsdichten von $(\frac{f}{f_B})^\mu \Phi_{\dot{\psi}, \dot{\psi}}(\frac{f}{f_B})$ für $\mu = 0, 1, 2, 3, 4$

In Bild 5.4 wird die durch den Faktor $\left(\frac{f}{f_B}\right)^\mu$ bewertete spektrale Leistungsdichte $\Phi_{\phi,\phi}\left(\frac{f}{f_B}\right)$ in Abhängigkeit der normierten Frequenz für verschiedene μ -Werte dargestellt. Man sieht, daß für steigende μ -Werte die Funktionswerte für alle Frequenzen $\frac{f}{f_B} < 1$ abnehmen. Merkliche Anteile des Leistungsspektrums treten im wesentlichen nur noch in Nähe der oberen Bandgrenze auf.

Werden die in Bild 5.4 dargestellten Kurvenverläufe jeweils mit sich selbst gefaltet, dann ergeben sich die in Bild 5.5 eingezeichneten Frequenzgänge der Faltungsprodukte FP_μ .

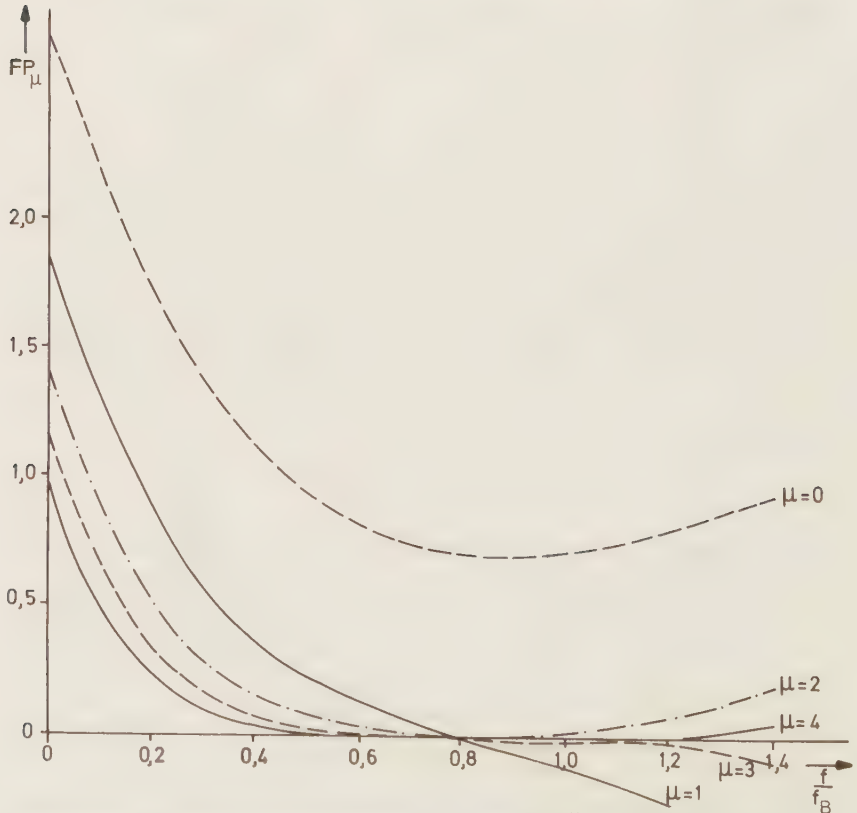


Bild 5.5: Faltungsprodukte $FP_\mu = (-1)^\mu \left[\left(\frac{f}{f_B}\right)^\mu \Phi_{\phi,\phi}\left(\frac{f}{f_B}\right) \right] \left[\left(\frac{f}{f_B}\right)^\mu \Phi_{\phi,\phi}\left(\frac{f}{f_B}\right) \right]$

Aus Bild 5.5 ersieht man eine deutliche Abnahme der Wertigkeit der Faltungsprodukte für steigendes μ . Diese μ -abhängige Verkleinerung des Beitrags zu den Gesamtverzerrungen gilt für jede einzelne Frequenzstelle. Für wachsende μ treten merkliche Anteile der FP_{μ} nur mehr bei niedrigen Frequenzen auf, sodaß sich die obere Grenze der μ -Summe bei steigender Frequenz stark reduzieren läßt.

Damit wurde anschaulich gezeigt, daß in den Beziehungen zur Berechnung der quadratischen Verzerrungsleistungen ein Abbruch der beiden ersten Summen ohne wesentliche Genauigkeitseinbuße möglich ist.

Die μ_1 - und ν_1 -Summen (siehe Gl.(5.43)), welche die Information über das lineare Übertragungssystem enthalten, sind bezüglich der Anzahl der verwendeten Terme im wesentlichen unabhängig von μ und ν .

Nehmen die μ -und/oder ν -Werte zu, dann werden die unteren und oberen Grenzen der μ_1 -und ν_1 -Summen zu höheren Werten verschoben. Dies bedeutet, daß q -Werte mit höheren Indizes auftreten, welche jedoch im allgemeinen kleinere Beiträge liefern, wie aus Approximationen der $\underline{I}$ -Werte des linearen Übertragungssystems zu ersehen ist. Damit wird also der Effekt, daß bei Erhöhung der μ - und ν -Werte die Beiträge zu den Intermodulationsverzerrungen abnehmen, durch die q -Werte zusätzlich verstärkt.

5.4. Spektrale Leistungsdichtefunktion der kubischen Verzerrungsanteile

Zur Berechnung des Leistungsspektrums der kubischen Verzerrungsanteile ist die Fouriertransformierte der Autokorrelationsfunktion von $z_3(t)$ zu bilden. Hierfür ergibt sich mit den Gln. (5.20) bis (5.23) und den in Abschnitt 5.2 getroffenen Vereinbarungen

$$\begin{aligned} \Phi_{z_3 z_3}(\omega) &= \mathcal{F} \left\{ [R_{z_3 z_3}(\tau)]_3 \right\} = \\ &= \frac{2}{(2\pi)^2} \sum_{\nu_1=1}^n \sum_{\mu_1=1}^n \sum_{s_1=1}^n \sum_{\nu_2=1}^n \sum_{\mu_2=1}^n \sum_{s_2=1}^n k_{\mu_1, \nu_1, s_1} k_{\mu_2, \nu_2, s_2} (-1)^{\mu_1 + \nu_1 + s_1} (j)^{\mu_1 + \nu_1 + s_1 + \mu_2 + \nu_2 + s_2} \\ &[\omega^{\mu_1 \mu_2} \Phi_{\varphi, \varphi} * \omega^{\nu_1 \nu_2} \Phi_{\varphi, \varphi} * \omega^{s_1 s_2} \Phi_{\varphi, \varphi} + 2(\omega^{\mu_1 \mu_2} \Phi_{\varphi, \varphi} * \omega^{\nu_1 s_2} \Phi_{\varphi, \varphi} * \omega^{s_1 \nu_2} \Phi_{\varphi, \varphi})]. \end{aligned} \quad (5.45)$$

Aus den im vorhergehenden Abschnitt angeführten Gründen wird diese Beziehung umgeformt. Dazu bedienen wir uns der Methoden, die bereits bei der Ableitung der quadratischen Verzerrungsanteile Anwendung fanden. Auf eine ins Einzelne gehende Herleitung der sehr umfangreichen Endbeziehungen wird jedoch diesmal verzichtet.

Ein Zwischenergebnis für die spektrale Leistungsdichte der kubischen Verzerrungsanteile stellt die folgende Beziehung dar, welche der Gl. (5.30) für die quadratischen Verzerrungsanteile sehr ähnlich ist.

$$\begin{aligned} \Phi_{z_3, z_3}(\omega) &= \frac{1}{\pi^2} \sum_{\mu=0}^{3n-3} \sum_{\nu=0}^{2n-2} \sum_{s=0}^{2n-2-\nu} (-1)^{\mu+1} \kappa_{\nu} [\omega^s \Phi_{\varphi, \varphi} * \omega^{s+\nu} \Phi_{\varphi, \varphi} * \omega^{2\mu-2s-\nu} \Phi_{\varphi, \varphi}]. \\ &\sum_{\mu_1=1}^n \sum_{\nu_1=1}^n \sum_{s_1=1}^n (-1)^{\mu_1 + \nu_1 + s_1} k_{\mu_1, \nu_1, s_1} [k_{\alpha, \beta, \gamma} + k_{\alpha, \gamma, \beta} + k_{\beta, \gamma, \alpha}]. \end{aligned} \quad (5.46)$$

Für die Variablen κ_v , α , β und γ gilt dabei:

$$\kappa_v = \begin{cases} \frac{1}{2} & \forall & v = 0 \\ 1 & \forall & v \neq 0 \end{cases} \quad (5.47)$$

$$\alpha = 2 + g - \mu_1 \quad (5.48)$$

$$\beta = 2 + g + v - v_1 \quad (5.49)$$

$$\gamma = 2 + 2\mu - 2g - v - g_1. \quad (5.50)$$

Der Nachteil der Gl.(5.46) liegt in der relativ großen Anzahl der durchzuführenden Faltungen. Zur Beseitigung dieses Nachteils werden weitere Umformungen durchgeführt, sodaß sich folgende Endformel ergibt:

$$\Phi_{z_3, z_3}(\omega) = \frac{1}{\pi^2} \sum_{\mu=0}^{3n-3} \sum_{v=0}^{2n-2} \sum_{g=0}^{2n-2-v} F P_{\mu, v, g} \quad (5.51)$$

$$\cdot \sum_{\mu_1=1}^n \sum_{v_1=1}^n \sum_{g_1=1}^n (-1)^{\mu_1+v_1+g_1} k_{\mu_1, v_1, g_1} [k_{\alpha, \beta, \gamma} + k_{\alpha, \gamma, \beta} + k_{\beta, \gamma, \alpha}]$$

mit

$$F P_{\mu, v, g} = \omega^{2\mu} (-1)^{\mu+v+g+1} \sum_{\lambda=g}^{g+\frac{v}{2}} \sum_{\zeta=2\mu-2g-v}^{2\mu-2\lambda} (-1)^{\lambda+\zeta}.$$

$$\cdot \left(\frac{2g+v-2\lambda}{2g+v-2\mu+\zeta} \right) \cdot \left[\frac{1}{2} \binom{g+v-\lambda-1}{\lambda-g} + \binom{g+v-\lambda-1}{\lambda-g-1} \right]. \quad (5.52)$$

$$\cdot \omega^{-\zeta-2\lambda} [\omega^{\zeta} \Phi_{\dot{\varphi}, \dot{\varphi}}(\omega) * \omega^{\lambda} \Phi_{\dot{\varphi}, \dot{\varphi}}(\omega) * \omega^{\lambda} \Phi_{\dot{\varphi}, \dot{\varphi}}(\omega)].$$

Mit Gl.(5.51) sind unter Zugrundelegung der Gln.(4.28) und (4.29) auch die spektralen Leistungsdichtefunktionen $\phi_{\psi_3, \psi_3}(\omega)$ und $\phi_{\eta_3, \eta_3}(\omega)$ der kubischen Verzerrungsanteile $\psi_3(t)$ bzw. $\eta_3(t)$ bekannt. Sie können analog zu den Gln. (5.41) und (5.42) angeschrieben werden.

Für eine weitere Rechenzeitminimierung lassen sich wie bei den quadratischen Verzerrungen minimal mögliche untere und maximal mögliche obere Summationsgrenzen einführen. Hiermit ergibt sich aus Gl.(5.51):

$$\phi_{z_3 z_3}(\omega) = \frac{1}{\pi^2} \sum_{\mu=0}^{3n-3} \sum_{v=0}^{\text{Min}(2n-2; 2\mu)} \sum_{g=\text{Max}(0; 1-n+\mu-\frac{v}{2})}^{\text{Min}(\mu-\frac{v}{2}; 2n-2-v)} \text{FP}_{\mu, v, g} \cdot$$

$$\sum_{\substack{\mu_1=1-v+2(\mu-g) \\ g_1=\text{Max}(1; 2(1+\mu-g)-n-v)}}^{\text{Min}(n; 1-v+2(\mu-g))} \sum_{\substack{\mu_2=1 \\ g_2=\text{Max}(1; 2-n+g+v)}}^{\text{Min}(n; 1+g+v)} \sum_{\substack{\mu_3=1 \\ g_3=\text{Max}(1; 2-n-g)}}^{\text{Min}(n; 1+g)} \quad (5.53)$$

$$\cdot (-1)^{\mu_1+v_1+g_1} k_{\mu_1, v_1, g_1} [k_{\alpha, \beta, \gamma} + k_{\alpha, \gamma, \beta} + k_{\beta, \gamma, \alpha}] .$$

Im Gegensatz zur Form des Leistungsspektrums bei den quadratischen Verzerrungen gelingt es hier nicht mehr, die Doppelfaltungen $(\omega^{\xi} \phi * \omega^{\lambda} \phi * \omega^{\lambda} \phi)$ so umzuwandeln, daß im Frequenzfaktor ω ein gemeinsamer Exponent auftritt. Weiterhin ist es nicht möglich, den Summanden $\text{FP}_{\mu, v, g}$ so aufzuspalten, daß eine Summe nur die Faltungsprodukte, eine andere nur die Binominalkoeffizienten und eine weitere nur die Frequenzbeiträge $\omega^{2\mu}$ enthält. Der Grund dafür liegt in der fehlenden Symmetrie der Koeffizienten $k_{\mu, v, g}$ bezüglich aller Indizes μ, v, g .

Die Funktionswerte von $\text{FP}_{\mu, v, g}$ sind jedoch wie bei den quadratischen Verzerrungsanteilen unabhängig vom Übertragungskanal. Damit ist auch bei den kubischen Verzerrungsanteilen eine einmalige, getrennte Berechnung und Abspeicherung der Doppelfaltungen für die unterschiedlichen FM-Richtfunksysteme möglich.

5.5. Verhältnis der Verzerrungsleistung nach der Demodulation zur gesendeten Nutzleistung

Mit den Beziehungen (5.37) bis (5.43) und (5.51) bis (5.53) sind die spektralen Leistungsdichtefunktionen der quadratischen und kubischen Verzerrungsterme der Phasensignale $\psi(t)$ und $\eta(t)$ bekannt. Im allgemeinen interessiert nun die am Empfängereingang in einem bestimmten Fernsprechkanal auftretende Verzerrungsleistung bzw. die auf die gesendete Einzelkanalleistung bezogene Störleistung. Dazu ist es zunächst nötig, das Leistungsspektrum der im Empfangssignal $e(t)$ enthaltenen Störterme zu berechnen.

Mit Gl.(1.9) sowie dem Zusammenhang zwischen dem Leistungsspektrum einer Zeitfunktion und deren Ableitung (Gl.5.35) kann die spektrale Leistungsdichte der quadratischen Verzerrungsterme von $e(t)$ folgendermaßen angeschrieben werden:

$$\Phi_{e_2 e_2}(\omega) = c_D^2 \omega^2 [\Phi_{\psi_2 \psi_2}(\omega) + \Phi_{\eta_2 \eta_2}(\omega)] \cdot |H_D(j\omega)|^2. \quad (5.54)$$

Für die kubischen Anteile gilt in analoger Weise:

$$\Phi_{e_3 e_3}(\omega) = c_D^2 \omega^2 [\Phi_{\psi_3 \psi_3}(\omega) + \Phi_{\eta_3 \eta_3}(\omega)] \cdot |H_D(j\omega)|^2. \quad (5.55)$$

Hiermit kann die in einem Fernsprechkanal der Breite ΔB auftretende Störleistung $\Delta N_{\text{Stör}}$ berechnet werden. Es gilt für einen Fernsprechkanal mit der Mittenfrequenz ω_M die Beziehung:

$$\Delta N_{\text{Stör}} = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=\omega_M-\pi\Delta B}^{\omega_M+\pi\Delta B} [\Phi_{e_2 e_2}(\omega) + \Phi_{e_3 e_3}(\omega)] d\omega, \quad (5.56)$$

Unter der Voraussetzung, daß die Einzelkanalbreite ΔB sehr klein gegenüber der Gesamtbasisbandbreite $B_{NF} = f_o - f_u$ ist, gilt näherungsweise:

$$\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M) \approx [\phi_{e_2, e_2}(\omega_M) + \phi_{e_3, e_3}(\omega_M)] \cdot \Delta B. \quad (5.57)$$

Für das Sendesignal $s(t)$ mit der konstanten spektralen Leistungsdichte $\phi_{\bar{N}_s}$ kann als mittlere Einzelkanalleistung die Beziehung

$$\overline{\Delta N}_s = \phi_{\bar{N}_s} \cdot \Delta B \quad (5.58)$$

angegeben werden.

Somit gilt für das Verhältnis von Verzerrungsleistung in einem Fernsprechkanal zu gesendeter Signalleistung:

$$\frac{\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M)}{\overline{\Delta N}_s} = \frac{\phi_{e_2, e_2}(\omega_M) + \phi_{e_3, e_3}(\omega_M)}{\phi_{\bar{N}_s}}. \quad (5.59)$$

Mit dem Zusammenhang

$$|H_P(j\omega)| \cdot |H_D(j\omega)| = 1 \quad (5.60)$$

zwischen den Übertragungsfunktionen von Pre- und Deemphase kann Gl.(5.59) umgeformt werden:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M)}{\overline{\Delta N}_s} &= \frac{[\phi_{e_2, e_2}(\omega_M) + \phi_{e_3, e_3}(\omega_M)] |H_P(j\omega_M)|^2}{\phi_{\bar{N}_s} |H_P(j\omega_M)|^2} = \\ &= \frac{\phi_{d_2, d_2}(\omega_M) + \phi_{d_3, d_3}(\omega_M)}{\phi_{\bar{N}_s} |H_P(j\omega_M)|^2}. \end{aligned} \quad (5.61)$$

$\phi_{d_2, d_2}(\omega_M)$ und $\phi_{d_3, d_3}(\omega_M)$ sind die Leistungsspektren der quadratischen bzw. kubischen Verzerrungsbeiträge am Eingang der Deemphase.

Für die Berechnung von $\frac{\Delta N_{\text{Stör}}}{\overline{\Delta N}_s}$ wird zweckmäßigerweise Gl. (5.61) verwendet, da die Nennerfunktion $\phi_{\bar{N}_s} \cdot |H_P(j\omega)|^2$ auch

für die Bestimmung von $\phi_{d_2, d_2}(\omega_M)$ und $\phi_{d_3, d_3}(\omega_M)$ benötigt wird, sodaß gegenüber Gl.(5.59) sich im Zähler die Multiplikation mit $|H_D(j\omega)|^2$ einsparen läßt.

Am Ende dieses Abschnitts soll eine kurze Zusammenstellung des für die Berechnung der Intermodulationsverzerrungen notwendigen Zeitaufwandes folgen. Die Rechenzeiten gelten dabei für den Telefunken-Rechner TR4; sie werden für die einzelnen Teilaufgaben getrennt aufgelistet:

a) Einmalige Rechenzeit zur Bestimmung der Faltungsintegrale an 20 Frequenzpunkten für: FP$_{\mu}$ (siehe Gl.5.38) mit $0 \leq \mu \leq 10$ FP$_{\mu, \lambda, \xi}$ (siehe Gl.5.52) mit $\begin{cases} 0 \leq \lambda \leq 4 \\ 0 \leq \xi \leq 8 \end{cases}$	30 min
b) Approximation der Koeffizienten der Potenzreihe (siehe Gln.3.36 u. 3.37) für eine Kanalnachbildung mit einem Polynom vom Grade $n = 10$ bei $r = 25$ Stützstellen	1 sec
c) Ermittlung der Koeffizienten $q_{\mu, \nu}$ und $k_{\mu, \lambda, \xi}$ und Berechnung der Verzerrungsleistung nach Gl.(5.51) an 20 Frequenzpunkten.	2 sec

Mit den bisher abgeleiteten Beziehungen sind die wesentlichen theoretischen Zusammenhänge zur Berechnung der quadratischen und kubischen Verzerrungsbeiträge bekannt. Aus dem Verhältnis von Stör- zu Nutzleistung läßt sich die in einem unbelegten Fernsprechanal erzeugte absolute Verzerrungsleistung berechnen. Über die dazu notwendigen technischen Zusammenhänge wird im folgenden Kapitel berichtet.

6. Charakteristische technische Kenngrößen üblicher FM-Systeme

Ausgehend von den bisher durchgeführten systemtheoretischen Ableitungen werden in diesem Kapitel die technischen Grundlagen zur Bestimmung der absoluten Verzerrungsleistungen zusammengestellt. Dabei wird das Verhältnis der Verzerrungsleistung $\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M)$ im jeweils betrachteten Kanal zur gesendeten mittleren Einzelkanalleistung $\bar{\Delta N}_S$ mit der Dimen-

$$NV(\omega_M) = 10 \log \frac{\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M)}{\bar{\Delta N}_S} \quad (6.1)$$

sion $[NV] = \text{dB}$ als bekannt vorausgesetzt (siehe Gl.(5.61)). Der Ableitung der Beziehung zur Berechnung der absoluten Verzerrungsleistung sowie der Einführung technischer Korrekturgrößen wird zunächst eine kurze Beschreibung des zu übertragenden Basisbandsignals, der verwendeten Pre- und Deemphasecharakteristik und des am Modulatorausgang auftretenden FM-Signals vorausgeschickt.

6.1. Eigenschaften des Basisbandsignals

Das vom Sender abgegebene Basisbandsignal besteht aus einem Bündel von Fernsprechsinalen, welche nach Anwendung eines Einseitenband-Amplitudenmodulations-Verfahrens frequenzmäßig gestaffelt sind. Der Frequenzumfang eines einzelnen Sprachsignals ist dabei aus wirtschaftlichen Gründen auf den Bereich $0,3 \leq f \leq 3,4 \text{ kHz}$ beschränkt. Auf eine genaue Beschreibung der Eigenschaften der Sprachsignale sowie der verwendeten Multiplextechnik wird in dieser Arbeit verzichtet, es sei hierzu auf [57] verwiesen.

Nach der Bündelung der Sprachsignale liegen die einzelnen Kanäle in einem Raster mit dem Frequenzabstand von $\Delta K = 4 \text{ kHz}$, die jeweilige Durchlaßbreite eines Kanals beträgt $\Delta B = 3,1 \text{ kHz}$. Die Frequenzlücke von 900 Hz pro Kanal ist erstens zur Über-

tragung von Wahl- und Gebühreninformationen und zweitens wegen der endlichen Flankensteilheit der für die Selektion notwendigen Filterschaltungen erforderlich. Die Gesamtheit der K zu übertragenden Fernsprechanäle stellt das Basisbandsignal dar, welches auf ein Frequenzband der Breite $B_{NF} = f_o - f_u$ begrenzt ist. f_u ist dabei die untere, f_o die obere Frequenzgrenze des Basisbandspektrums. Aufgrund der eingesetzten Multiplextechnik entstehen zwischen bestimmten Sprachkanalbündeln Frequenzlücken, sodaß die allgemeine Beziehung $B_{NF} \geq K \cdot \Delta K$ gilt.

Für Meß- und Rechenzwecke ist es naheliegend, das beschriebene Basisbandsignal durch ein äquivalentes Rauschsignal mit einer Gaußschen Amplitudendichteverteilung zu ersetzen, das sich bezüglich der zu bestimmenden nichtlinearen Verzerrungen genauso verhält wie das Multiplexsignal. Dazu ist es erforderlich, daß beide Signale gleiche mittlere Leistungen und gleiche statistische Eigenschaften besitzen. Um die Kenngrößen des Modellsignals angeben zu können, müssen die Eigenschaften des Multiplexsignals sowie dessen Zusammenhang mit den Sprachsignalen bekannt sein.

Hierzu wird zunächst entsprechend [39] das Volumen V eines Signals $s(t)$ als absoluter Pegel der über einen Zeitraum T gemittelten Leistung definiert:

$$V = 10 \log \frac{\frac{1}{T} \int_{t=0}^T s^2(t) dt}{P_o} \quad (6.2)$$

mit $P_o = 1mW$ und der Dimension des Volumens $[V] = dBm$. Leistungsmessungen von Holbrook/Dixon [58] an einem Ensemble aktiver Sprechkreise ergaben eine Gaußverteilung der Volumen V mit einem Mittelwert von $-15 dB_m$, entsprechend $32 \mu W$ und einer Streuung von $5,8 dB_m$. Damit könnten grundsätzlich alle Multiplexsignale durch äquivalente Rauschsignale mit einer im Frequenzbereich $f_u \leq f \leq f_o$ konstanten spektralen Leistungsdichte von $32 \mu W/4KHz$ ersetzt werden. Die statistischen Eigenschaften eines solchen Modellsignals wären jedoch denen eines Multiplexsignals bei kleinen Kanalzahlen nicht äquivalent [39].

Um auch bei niederen Kanalzahlen weißes Rauschen als Modell-signal anwenden zu können, gleicht man die zu geringe Streuung der Momentanwerte des Rauschsignals durch eine Anhebung der mittleren Leistung aus. Dementsprechend wurde vom CCIR für die Modellsignale ein äquivalentes Volumen V_A mit der Dimension dB_m in Abhängigkeit der Kanalzahl K festgelegt.

Für $12 \leq K < 240$ gilt dabei

$$V_A = -1 + 4 \log K. \quad (6.3)$$

Für $K \geq 240$ gilt

$$V_A = -15 + 10 \log K. \quad (6.4)$$

Mit der Beziehung

$$V_A = 10 \log \frac{\bar{N}_S}{\Delta N_S} \quad (6.5)$$

kann aus dem äquivalenten Volumen und der im Betrieb oder bei Prüfmessungen vorliegenden Kanalleistung ΔN_S die mittlere Gesamtleistung $\bar{N}_S$ des Multiplexsignals angegeben werden. Im Normalfall beträgt die tatsächliche Kanalleistung $\Delta N_S = 1 \text{ mW}$, sodaß aus Gl.(6.5) mit $\bar{N}_S$ in mW

$$V_A = 10 \log \bar{N}_S \quad (6.6)$$

folgt. Aus der mittleren Gesamtleistung

$$\bar{N}_S = 10^{\frac{1}{10} V_A} \quad (6.7)$$

in mW ergibt sich die in Gl.(6.1) verwendete mittlere Einzelkanalleistung:

$$\overline{\Delta N}_S = \frac{\bar{N}_S}{K}. \quad (6.8)$$

Weiterhin kann für die als konstant vorausgesetzte spektrale Leistungsdichte des Rauschsignals folgende Beziehung angegeben werden:

$$\phi_{\bar{N}_S} = \begin{cases} \frac{\bar{N}_S}{B_{NF}} & \forall f_U \leq |f| \leq f_O \\ 0 & \forall f_U > |f|, |f| > f_O \end{cases} \quad (6.9)$$

Damit sind alle für die Berechnung der Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen benötigten Kenngrößen des Basisbandsignals bekannt. Abschließend wird im nachstehenden Bild das Leistungsspektrum $\phi_{\bar{N}_S}$ eines Bündels für 12 Sprachkanäle skizziert.

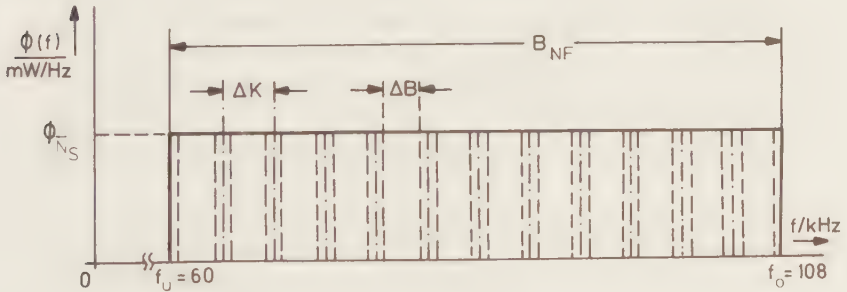


Bild 6.1: Spektrale Leistungsdichte des Basisband-Modellsignals

6.2. Beschreibung der CCIR-Pre- und Deemphasis

Aus den in Bild 1.1 bzw. 1.2 dargestellten Meß- bzw. Rechenmodellen geht hervor, daß das beschriebene Basisbandsignal vor der Umwandlung im Frequenzmodulator durch ein Preemphasis-Netzwerk mit der Übertragungsfunktion $H_P(j\omega)$ bewertet wird. Diese Modifikation des Multiplexsignals wird aus folgenden Gründen durchgeführt:

a) Für ein Basisbandsignal mit konstanter spektraler Leistungsdichte ergibt sich am Ausgang eines idealen Frequenzmodulators ein Leistungsspektrum, in dem Modulationsanteile von niederen Basisbandfrequenzen stärker enthalten sind als solche von hohen. Wird dem FM-Signal am Empfänger-Eingang das auf der Übertragungsstrecke auftretende thermische Rauschen additiv überlagert, dann werden unter Annahme einer konstanten Rauschleistungsdichte die hohen Signalfrequenzen stärker gestört als die niederen. Das bedeutet, daß nach der Demodulation das Rausch- zu Nutzleistungsverhältnis in den einzelnen Sprachkanälen linear mit der Frequenz ω ansteigt. Da die notwendige Sendeleistung und damit der gerätetechnische Aufwand nach dem zulässigen Rausch- zu Nutzleistungsverhältnis im ungünstigsten Kanal zu bemessen ist, empfiehlt es sich aus wirtschaftlichen Gründen eine Vergleichmäßigung dieses Störeinflusses für alle Sprachkanäle anzustreben. Dies läßt sich erreichen, indem man die Leistung der oberen Kanäle des Multiplexsignals vor dem Modulator mittels eines Preemphasis-Netzwerks anhebt und diese Signalvorverzerrung im Basisband nach dem Demodulator mittels eines Deemphasis-Netzwerks wieder rückgängig macht.

b) Durch Anwendung einer Pre- und Deemphasis wird weiterhin die Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungsleistung über das Basisband gleichmäßiger verteilt.

Auf Kosten einer Anhebung der Verzerrungsleistung bei den unteren Kanälen läßt sie sich bei den oberen absenken.

- c) Aufgrund der Preemphase wird ferner die spektrale Leistungsdichte des FM-Signals vergleichmäßigt, sodaß Übersteuerungseffekte und damit verbundene zusätzliche Nichtlinearitätsstörungen vermindert werden.

Aus den genannten Gründen wird vom CCIR eine einheitliche Pre- und Deemphasecharakteristik vorgeschlagen [59], die ein Zusammenwirken von FM-Systemen unterschiedlicher Firmen und Postverwaltungen gewährleisten soll. Als Parameterwert für den Pre- und Deemphasefrequenzgang wird die höchste Basisbandfrequenz f_0 des jeweils zu übertragenden Multiplexsignals festgelegt. Im einzelnen werden folgende Forderungen an die Pre- und Deemphase Bausteine gestellt:

- a) Die mittlere Leistung der Signale $s(t)$ und $p(t)$ am Ein- bzw. Ausgang des Preemphasenetzwerks soll gleich sein. Damit wird im Multiplexsignal die Leistung der unteren Kanäle bedämpft und die der oberen verstärkt.

- b) Vom Betragsverhalten der Pre- und Deemphase wird gefordert:

$$|H_P(j\omega)| \cdot |H_D(j\omega)| = 1, \quad (6.10)$$

- c) Für bestimmte Testzwecke soll die Pre- und Deemphasecharakteristik bei der Frequenz $f = 0,608 f_0$ den Dämpfungswert 0 dB aufweisen.

- d) Zwischen dem Wunschverlauf nach Gl.(6.11) und der Dämpfungsmessung an dem realisierten Pre- und Deemphasebaustein ist folgende Toleranz zugelassen:

$$\pm (0,1 + 0,5 \frac{f}{f_0}) \quad \text{in dB.}$$

Der Wunschverlauf für das Betragsquadrat der Übertragungsfunktion der Preemphase lautet:

$$\left| H_P \left(\frac{f}{f_0} \right) \right|^2 = \frac{3,15}{1 + \frac{6,9}{1 + \frac{5,25}{\left[\frac{1,25 f_0}{f} - \frac{f}{1,25 f_0} \right]^2}}} \quad (6.11)$$

Das dazugehörige Dämpfungsverhalten in dB

$$\begin{aligned} a_P \left(\frac{f}{f_0} \right) &= -10 \log \left| H_P \left(\frac{f}{f_0} \right) \right|^2 \\ &= -5 + 10 \log \left[1 + \frac{6,9}{1 + \frac{5,25}{\left[\frac{1,25 f_0}{f} - \frac{f}{1,25 f_0} \right]^2}} \right] \end{aligned} \quad (6.12)$$

ist zusammen mit dem der Deemphase

$$a_D \left(\frac{f}{f_0} \right) = -a_P \left(\frac{f}{f_0} \right) \quad (6.13)$$

in Bild 6.2 dargestellt. Bezüglich der Realisierung des Pre- und Deemphasefrequenzgangs durch eine technische Schaltung sei auf [59] verwiesen.

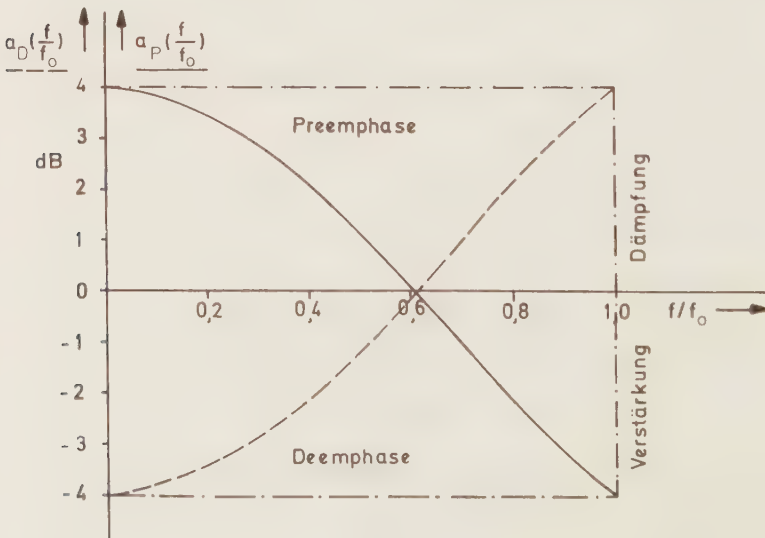


Bild 6.2: Dämpfungsfrequenzgang von Pre- und Deemphase

6.3. Kenngrößen des frequenzmodulierten Signals

In diesem Abschnitt werden einige wichtige Kenngrößen frequenzmodulierter Signale angegeben. Zunächst erfolgt jedoch die Ableitung der spektralen Leistungsdichte $\Phi_{\dot{\varphi}}(\omega)$ der zeitabhängigen Frequenz $\dot{\varphi}(t)$ des FM-Signals. Diese wird für die Berechnung der Intermodulationsverzerrungen benötigt.

Mit der Beziehung

$$\dot{\varphi}(t) = c_M p(t)$$

und

$$P(j\omega) = S(j\omega) \cdot H_P(j\omega)$$

kann wie schon in Gl.(5.44) für die spektrale Leistungsdichte von $\dot{\varphi}(t)$ der Ausdruck

$$\Phi_{\dot{\varphi}}(\omega) = c_M^2 \Phi_{N_S} |H_P(j\omega)|^2 \quad (6.14)$$

angegeben werden, wenn für das gesendete Rauschsignal das Leistungsspektrum Φ_{N_S} entsprechend Gl.(6.9) angenommen wird.

Die Phase $\varphi(t)$ besitzt die Dimension rad; $\dot{\varphi}(t)$ ist eine Winkelgeschwindigkeit und hat demnach die Dimension rad/sec. Da das Basisbandsignal $p(t)$ die Einheit V aufweist, gehört zu der Modulatorkonstanten c_M die Dimension $(\frac{\text{rad}}{\text{sec}})/V$.

Definiert man mit ΔF den effektiven Summenfrequenzhub des gesamten Multiplexsignals, dann läßt sich mit Gl.(6.14) die folgende Beziehung anschreiben:

$$(2\pi\Delta F)^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{\dot{\varphi}}(\omega) d\omega = \frac{1}{\pi} c_M^2 \Phi_{N_S} \int_{\omega=\omega_U}^{\omega_0} |H_P(j\omega)|^2 d\omega. \quad (6.15)$$

Für die Berechnung der Intermodulationsverzerrungen stellt der effektive Summenhub ΔF eine wichtige Größe dar, da hiervon in starkem Maße die spektrale Leistungsverteilung des FM-Signals und damit die Aussteuerung des linearen Übertragungssystems abhängt. Bei einem vorgeschriebenen effektiven Summenhub und bekannter Preemphase Übertragungsfunktion kann die Konstante

$$\overline{\Phi}_{\dot{\varphi},\dot{\varphi}} = c_M^2 \Phi_{N_s} = \frac{(2\pi\Delta F)^2}{\frac{1}{\pi} \int_{\omega=\omega_U}^{\omega_0} |H_P(j\omega)|^2 d\omega} \text{ in } \frac{\left(\frac{\text{rad}}{\text{sec}}\right)^2}{\text{Hz}} \quad (6.16)$$

berechnet werden, sodaß damit das Leistungsspektrum

$$\Phi_{\dot{\varphi},\dot{\varphi}}(\omega) = \overline{\Phi}_{\dot{\varphi},\dot{\varphi}} |H_P(j\omega)|^2 \quad (6.17)$$

bekannt ist.

Bei den üblichen FM-Systemen für die Übertragung trägerfrequenter Gesprächsbündel ist primär der sogenannte effektive Kanalhub Δf genormt. Er entspricht dem effektiven Frequenzhub, den der einzelne Kanal mit der Mittenfrequenz $f_M = 0,608 f_0$ und dem Leistungspegel 0 dB_m als modulierendes Signal hervorrufen würde. Der effektive Summenhub ΔF hängt über das äquivalente Volumen V_A entsprechend der Formel

$$\Delta F = \Delta f \cdot 10^{\frac{1}{20} V_A} \quad (6.18)$$

mit dem effektiven Kanalhub zusammen.

Am Schluß dieses Abschnittes werden noch zwei Größen angegeben, die häufig bei der Beschreibung von FM-Signalen verwendet werden, nämlich der Modulationsindex M und die näherungsweise zur Übertragung benötigte Bandbreite B_{ZF} , auch Carson-Bandbreite genannt.

Unter den verschiedenen Definitionen für den Modulationsindex M wird am häufigsten folgende verwendet:

$$M = \frac{\delta_P \cdot \Delta F}{f_0} = \frac{\Delta F_b}{f_0} . \quad (6.19)$$

ΔF_b ist dabei der Spitzenhub des FM-Signals, der mit dem effektiven Summenhub über den Spitzenfaktor δ_P zusammenhängt. Von dem Basisband-Rauschsignal wurde vorausgesetzt, daß es eine Gaußsche Amplitudendichteverteilung besitzen soll. Damit kann auch für die Abweichung $f_h(t)$ der Momentanfrequenz des FM-Signals von der Trägerfrequenz eine Gaußsche Wahrscheinlichkeitsdichte-Verteilung $P(f_h)$ angenommen werden. Der Mittelwert der Abweichung $f_h(t)$ ist Null, die Streuung ist gleich dem effektiven Summenhub ΔF . Damit ergibt sich für die Wahrscheinlichkeitsdichte-Verteilung von $f_h(t)$:

$$P(f_h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \Delta F} e^{-\frac{f_h^2}{2\Delta F^2}} . \quad (6.20)$$

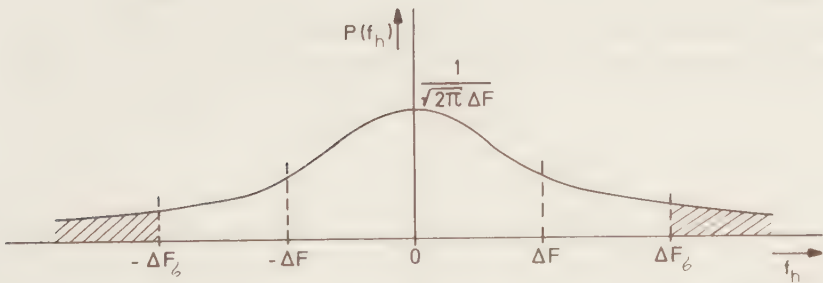


Bild 3.6: Wahrscheinlichkeitsdichte-Verteilung der Abweichung f_h von Momentanfrequenz und Trägerfrequenz

Es kann nun die Wahrscheinlichkeit $W_{\ddot{u}}$ berechnet werden, mit der f_h den Spitzenhub ΔF_0 überschreitet:

$$\begin{aligned}
 W_{\ddot{u}}(|f_h| \geq \Delta F_0) &= \frac{2}{\sqrt{2\pi} \Delta F} \int_{f_h = \Delta F_0}^{\infty} e^{-\frac{f_h^2}{2\Delta F^2}} df_h = \\
 &= 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi=0}^{\frac{\Delta F_0}{\sqrt{2} \Delta F}} e^{-\xi^2} d\xi = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\Delta F_0}{\sqrt{2} \Delta F}\right) = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\phi_P}{\sqrt{2}}\right). \quad (6.21)
 \end{aligned}$$

Wird also eine zulässige Überschreitungswahrscheinlichkeit $W_{\ddot{u}}$ des Spitzenhubs ΔF_0 festgelegt, dann ist nach Gl.(6.21) der Spitzenfaktor ϕ_P bekannt und es kann der Modulationsindex M entsprechend Gl.(6.19) berechnet werden.

Nach Carson läßt sich für die näherungsweise benötigte Bandbreite B_{ZF} die Beziehung

$$B_{ZF} = 2(f_0 + \phi_P \cdot \Delta F) = 2f_0(1 + M) \quad (6.22)$$

anschreiben. Genaue Angaben zur notwendigen Bandbreite in Abhängigkeit vom Modulationsindex, der oberen Basisbandgrenzfrequenz und den zulässigen Intermodulationsverzerrungen finden sich in [19, 21, 22 und 39].

6.4. Berechnung der absoluten Störleistung in einem Fernsprechkanal

Ausgehend von dem Verhältnis der Verzerrungsleistung

$\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M)$ im jeweils betrachteten Kanal zur gesendeten mittleren Einzelkanalleistung $\overline{\Delta N}_S$ (siehe Gl.(6.1)) kann

$$\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M) = \overline{\Delta N}_S 10^{\frac{1}{10} NV} \quad (6.23)$$

angegeben werden.

Setzt man entsprechend Gl.(6.7) und (6.8) für

$$\overline{\Delta N}_S = \frac{1}{K} 10^{\frac{1}{10} V_A} \quad (6.24)$$

und definiert hieraus die Hilfsgröße

$$C_1 = 10 \log \overline{\Delta N}_S = V_A - 10 \log K, \quad (6.25)$$

dann kann für die absolute Verzerrungsleistung $\Delta N_{\text{Stör}}$ in mW bzw. pW folgender Ausdruck angeschrieben werden:

$$\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M) = 10^{\frac{1}{10} \{NV + C_1\}} \quad (6.26)$$

bzw.

$$\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M) = 10^{\frac{1}{10} \{90 + NV + C_1\}}. \quad (6.27)$$

Berücksichtigt man in Gl.(6.25) das äquivalente Volumen entsprechend Gl.(6.3) bzw. (6.4), dann erhält man für C_1 die folgenden einfachen Beziehungen:

Bei Kanalzahlen $12 \leq K < 240$:

$$C_1 = -1 - 6 \log K. \quad (6.28)$$

Bei Kanalzahlen $K \geq 240$:

$$C_1 = -15. \quad (6.29)$$

6.5. Verwendete Korrekturgrößen

Die Beziehung zur Berechnung der absoluten Verzerrungsleistung wird noch durch zwei technische Korrekturgrößen ergänzt:

a) Psophometrische Bewertung

Die spektrale Leistungsdichte der berechneten nichtlinearen Verzerrungen ist in einem Fernsprechkanal näherungsweise konstant. Berücksichtigt man die Filtercharakteristik des menschlichen Ohres, dann läßt sich diese, wie praktische Messungen ergeben haben, in ihrer Auswirkung auf die Rauschstörung durch eine Einengung der Kanaldurchlaßbreite $\Delta B = 3,1 \text{ kHz}$ auf den Wert $\Delta B_{\text{pso}} = 1,74 \text{ kHz}$ beschreiben. Damit wird die Verzerrungsleistung $\Delta N_{\text{Stör}}$ um den Faktor $\Delta B_{\text{pso}}/\Delta B$ reduziert. Dies läßt sich durch die Korrekturgröße

$$C_2 = 10 \log \frac{\Delta B_{\text{pso}}}{\Delta B} = -2,508 \quad (6.30)$$

ausdrücken.

b) Bandbreiten-Füllfaktor

Für die Berechnung der absoluten Verzerrungsleistung nach Gl.(6.23) wird die mittlere Einzelkanalleistung $\overline{\Delta N}_S$ verwendet.

Mit der Beziehung (siehe Gl.(6.9))

$$\bar{N}_S = \Phi_{\bar{N}_S} \cdot B_{\text{NF}}$$

kann für $\overline{\Delta N}_S$ der Ausdruck

$$\overline{\Delta N}_S = \frac{\bar{N}_S}{K} = \Phi_{\bar{N}_S} \cdot \frac{B_{\text{NF}}}{K} \quad (6.31)$$

angegeben werden. Hieraus ersieht man, daß bei der Berechnung der Verzerrungsleistung eine Kanalbreite von

$$\Delta K_W = \frac{B_{\text{NF}}}{K} \geq 4,0 \text{ kHz} \quad (6.32)$$

berücksichtigt wird. Da die tatsächliche Kanaldurchlaßbreite jedoch nur $\Delta B = 3,1 \text{ kHz}$ beträgt, kann $\Delta N_{\text{Stör}}$ um den Faktor $\frac{\Delta B}{\Delta K_w}$ verkleinert werden. Dies wird durch die Korrekturgröße

$$C_3 = 10 \log \frac{\Delta B}{\Delta K_w} \quad (6.33)$$

berücksichtigt.

Als endgültige Beziehung für die Verzerrungsleistung in pW ergibt sich damit:

$$\Delta N_{\text{Stör}}(\omega_M) = 10^{\frac{1}{10} \{90 + NV + C_1 + C_2 + C_3\}} \quad (6.34)$$

Im folgenden Abschnitt werden in den Tabellen 6.1 und 6.2 charakteristische Kenngrößen von üblichen FM-Richtfunksystemen angegeben. Die hierfür notwendigen, in Kapitel 6 abgeleiteten Beziehungen, werden nachstehend zusammengestellt.

Als gegeben setzen wir voraus: Kanalzahl K ; untere und obere Bandgrenze f_u bzw. f_o ; effekt. Kanalhub Δf ; Spitzenfaktor δ_p .

$B_{NF} =$	$f_o - f_u$	Bandbreite des Basisbandsignals
$V_A =$	$-1 + 4 \log K$ $-15 + 10 \log K$	$\forall 12 \leq K < 240$ $\forall K \geq 240$ Äquivalentes Volumen
$\bar{N}_S =$	$10^{\frac{1}{10} V_A}$	Mittlere Basisbandgesamtleistung
$C_1 =$	$-1 - 6 \log K$ -15	$\forall 12 \leq K < 240$ $\forall K \geq 240$ Hilfsgröße
$C_2 =$	$10 \log \frac{\Delta B_{\text{psoph}}}{\Delta B}$	Korrekturgröße für psophom. Bewertung
$C_3 =$	$10 \log \frac{\Delta B}{\Delta K_w}$	Bandbreiten - Korrekturgröße
$\Delta F =$	$\Delta f \cdot 10^{\frac{1}{20} V_A}$	Effektiver Summenhub
$M =$	$\frac{\delta_p \cdot \Delta F}{f_o}$	Modulationsindex
$B_{ZF} =$	$2f_o(1+M)$	Bandbreite des winkelmodul. Signals

6.6. Zusammenstellung der charakteristischen Kenngrößen

Nr.	FM-System K	Basisband-Frequenz-Ber.			Äquiv. Vol. V_A / dB_m	Basisb.-Sendeleist.		Eff. K. Hub $\Delta f / \text{MHz}$
		f_u / MHz	f_o / MHz	B_{NF} / MHz		$\overline{N}_S / \text{mW}$	$\overline{\Delta N}_S / \text{mW}$	
1	12	0,012	0,060	0,048	3,317	2,146	0,1789	0,035
2	24	0,012	0,108	0,096	4,521	2,832	0,1180	0,035
3	60	0,012	0,252	0,240	6,113	4,084	0,0681	0,050
4	120	0,012	0,552	0,540	7,317	5,391	0,0449	0,100
5	300	0,060	1,300	1,240	9,771	9,486	0,0316	0,200
6	600	0,060	2,540	2,480	12,782	18,975	0,0316	0,200
7	960	0,060	4,028	3,968	14,823	30,360	0,0316	0,200
8	1260	0,060	5,636	5,576	16,004	39,847	0,0316	0,140
9	1800	0,312	8,204	7,892	17,553	56,925	0,0316	0,140
10	2700	0,312	12,388	12,076	19,314	85,388	0,0316	0,140

Tabelle 6.1: Wichtige Kennwerte üblicher FM-Richtfunksysteme

Nr.	FM-System K	-C ₁ /dB	-C ₃ /dB	Eff. S. Hub ΔF /MHz	Mod. Ind. M	ZF-Bandbr. B _{ZF} /MHz
1	12	7,475	1,107	0,0513	2,8130	0,458
2	24	9,281	1,107	0,0589	1,7946	0,604
3	60	11,669	1,107	0,1011	1,3197	1,169
4	120	13,475	1,619	0,2322	1,3842	2,631
5	300	15,000	1,249	0,6160	1,5592	6,654
6	600	15,000	1,249	0,8712	1,1287	10,814
7	960	15,000	1,249	1,1020	0,9002	15,308
8	1260	15,000	1,546	0,8837	0,5160	17,088
9	1800	15,000	1,506	1,0563	0,4227	23,360
10	2700	15,000	1,592	1,2937	0,3436	33,289

Tabelle 6.2: Wichtige Kennwerte üblicher FM-Richtfunksysteme
(Spitzenfaktor $\hat{\sigma}_p = 3,290555$ entsprechend $W_u = 10^{-3}$)

7. Anwendungsbeispiele

Anhand der Darstellung von einem Optimierungs- und drei Analysebeispielen wird die Leistungsfähigkeit der beschriebenen analytischen Lösungsmethode aufgezeigt.

7.1. Analyse der Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen üblicher FM-Richtfunksysteme bei typischen Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitverläufen

7.1.1. Aufgabenstellung

Für einen mit der Planung und Entwicklung von Richtfunksystemen beschäftigten Ingenieur stellen Untersuchungsergebnisse über die Auswirkung typischer Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitverläufe auf die nichtlinearen Verzerrungen des Basisbandsignals ein wichtiges Hilfsmittel dar. Es läßt sich hieraus z.B. erkennen, welche Typen von Frequenzverläufen die wesentlichen Verzerrungsanteile liefern und damit eine sorgfältige Entzerrung erfordern. Insbesondere sind die genannten Untersuchungen jedoch bei der technischen Realisierung von Richtfunksystemen und dabei vor allem beim Schaltungsabgleich wichtig, da hierfür eine Rauschklimrmessung zu aufwendig wäre.

Aus diesem Grund werden für die in Tabelle 6.1 angegebenen Richtfunksysteme die Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen berechnet, wobei die in Bild 7.1 eingetragenen typischen Frequenzverläufe für das lineare Übertragungssystem zugrundegelegt sind. Hiernach werden jeweils vier verschiedenen Typen von Dämpfungs- und Laufzeitverläufen untersucht, die in einem Intervall der Breite f_A innerhalb eines Toleranzbereichs von 0,1 dB bzw. 1 nsec liegen. Die Größe f_A entspricht näherungsweise der Bandbreite B_{ZF} ; sie wird aus meßtechnischen Gründen ganzzahlig gewählt. Für die Berechnungen wird ein AM/PM-Konversionsfaktor von $1^\circ/\text{dB}$ festgelegt, dies entspricht $0,1516 \frac{\text{rad}}{\text{Neper}}$. Alle weiteren den Rechnungen

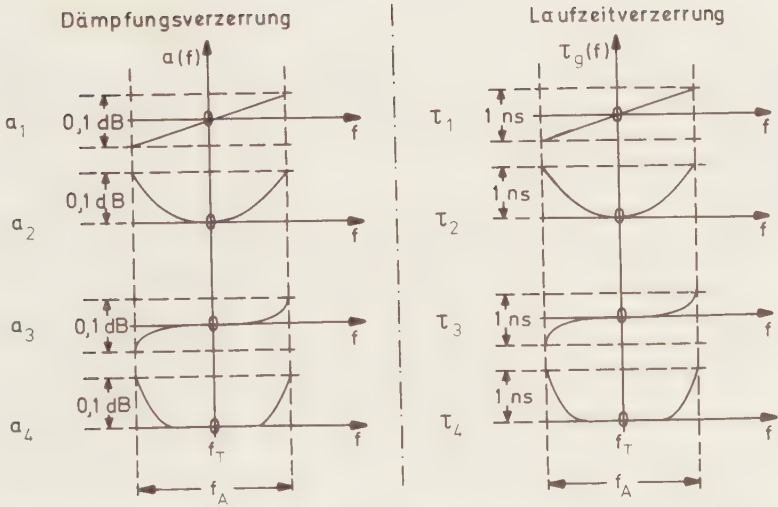


Bild 7.1: Typische Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitfrequenzgänge

zugrundegelegten Systemparameter sind den Tabellen 6.1 und 6.2 zu entnehmen.

7.1.2. Analyseergebnis

Für die gängigen FM-Systeme nach Tabelle 6.1 wurden die in den einzelnen Sprachkanälen auftretenden Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungsleistungen berechnet. In den Bildern 7.2 und 7.3 werden am Beispiel des Richtfunksystems FM 1260 die erhaltenen Analyseergebnisse graphisch dargestellt. Die eingezeichneten Kurven geben die Gesamtverzerrungen an, d.h. quadratische und kubische Anteile sind zusammengefaßt. Man ersieht, daß die einzelnen Frequenzgänge stark unterschiedliche Verzerrungsbeiträge liefern, die in den folgenden zwei Abschnitten näher diskutiert werden. In dieser Diskussion können nur qualitative Tendenzen aufgezeigt werden, genaue quantitative Ergebnisse müssen aus den Darstellungen bzw. speziellen Analyserechnungen entnommen werden.

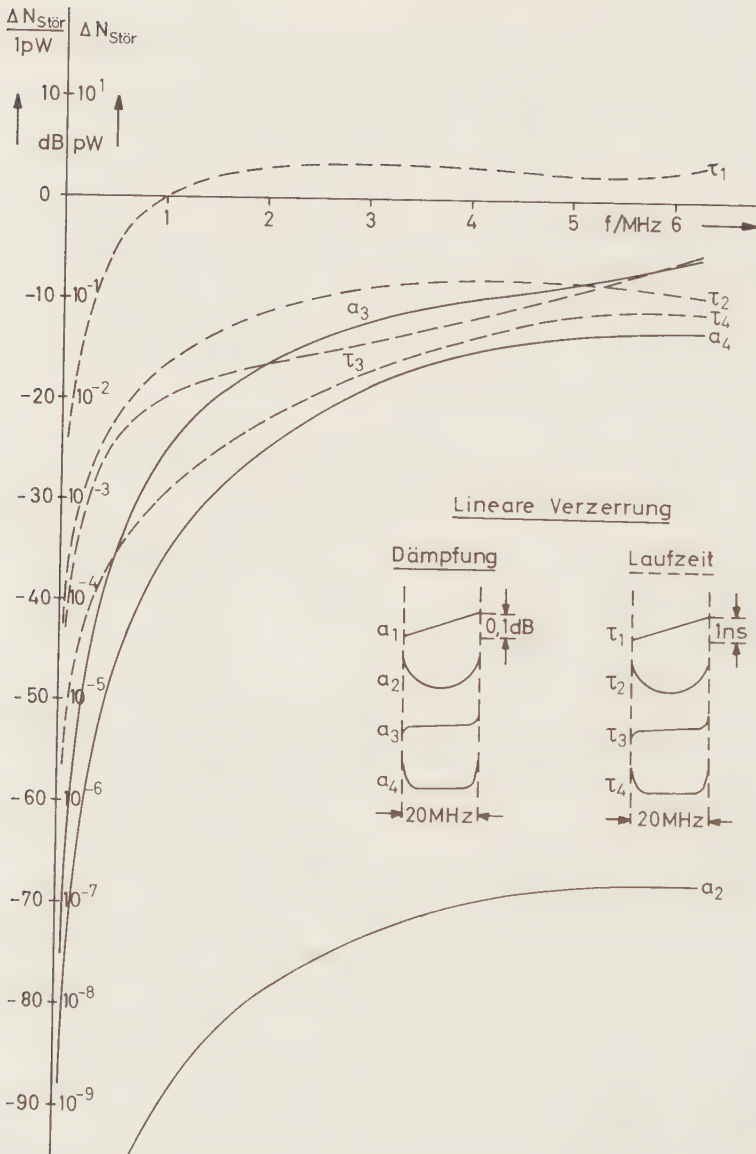


Bild 7.2: Intermodulationsverzerrungen beim Richtfunksystem FM 1260

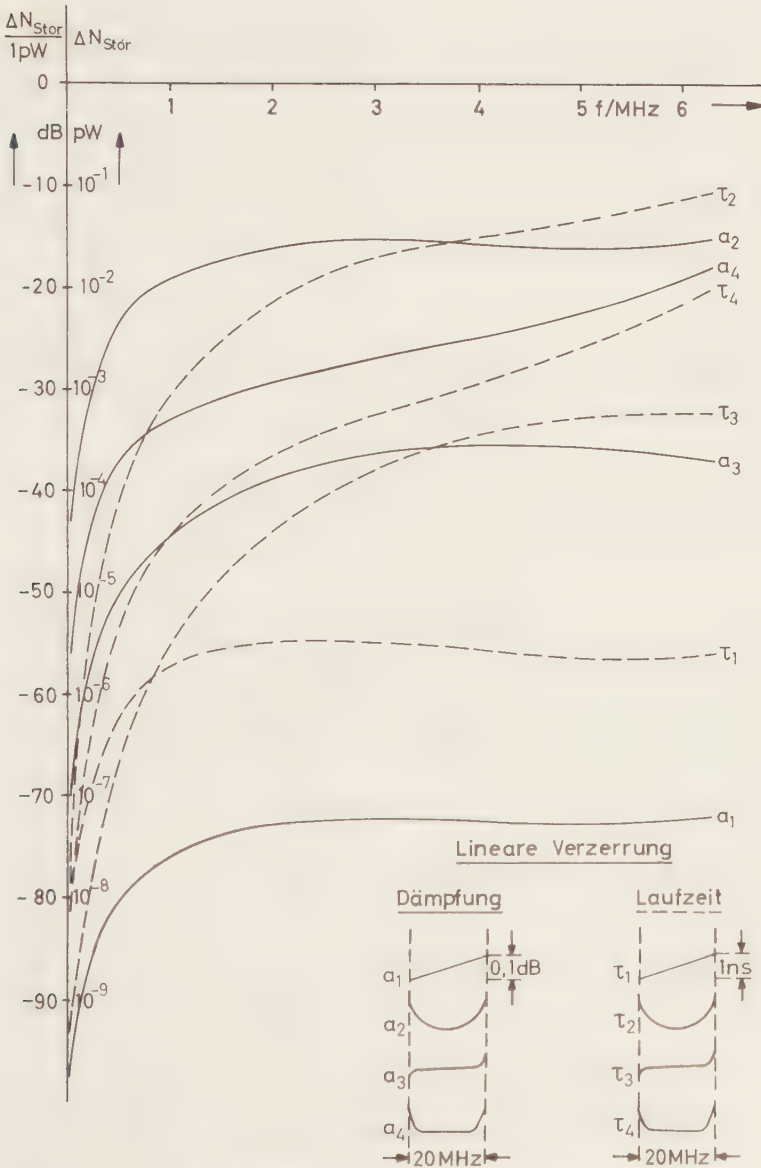


Bild 7.3: AM/PM-Konversionsverzerrungen beim Richtfunk-system 1260

Werden die nach Bild 7.1 den Berechnungen zugrundeliegenden Dämpfungs- und Laufzeitverläufe mit einem konstanten Faktor multipliziert, dann lassen sich die dazugehörigen neuen l_v -Werte der Polynomreihe näherungsweise angeben. Da diese l_v -Werte in die quadratischen und kubischen Verzerrungskoeffizienten $q_{\mu,v}$ bzw. $k_{\mu,v,g}$ jedoch in komplizierter Weise nicht-linear eingehen, ist keine allgemeingültige Angabe bezüglich der damit verbundenen Änderung der Verzerrungsleistungen möglich.

7.1.3. Zusammenhang zwischen der Größe der quadratischen und kubischen Verzerrungsleistungen und der Art des Frequenzganges

Die Diskussion erfolgt auf Grund eines umfangreichen Untersuchungsmaterials, von dem in den Bildern 7.2 und 7.3 bzw. den Tabellen 7.1 und 7.2 nur ein kleiner Teil wiedergegeben wird.

Art der Dämpfungs-Verzerrung		Intermod. Verzerrung		AM/PM-Konv. Verzerrung	
		Störterme/1pW in dB		Störterme/1pW in dB	
		quadrat.	kubisch	quadrat.	kubisch
a_1	unsymm. zu f_T	$-\infty$	$-\infty$	-73	-135
a_2	symm. zu f_T	-280	-68	-16	-301
a_3	unsymm. zu f_T	-8	-84	-72	-35
a_4	symm. zu f_T	-225	-13	-22	-252

Tab. 7.1: Abhängigkeit der quadratischen und kubischen Störterme beim System FM 1260 von der Art der Dämpfungsverzerrung. Meßkanal-Mittenfrequenz $f_M = 5$ MHz.

Art der Laufzeit-Verzerrung		Intermod. Verzerrung		AM/PM-Konv. Verzerrung	
		Störterme/1pW in dB		Störterme/1pW in dB	
		quadrat.	kubisch	quadrat.	kubisch
τ_1	unsymm. zu f_T	+3	-61	-56	-113
τ_2	symm. zu f_T	-169	-8	-13	-230
τ_3	unsymm. zu f_T	-9	-53	-80	-33
τ_4	symm. zu f_T	-182	-11	-26	-195

Tab. 7.2: Abhängigkeit der quadratischen und kubischen Störterme beim System FM 1260 von der Art der Gruppenlaufzeitverzerrung. Meßkanal-Mittenfrequenz $f_M=5\text{MHz}$.

In den Tabellen 7.1 und 7.2 werden für das Richtfunksystem FM 1260 die auf 1pW bezogenen quadratischen und kubischen Störterme in dB angegeben. Dabei ist ein Meßkanal mit der Mittenfrequenz $f_M = 5 \text{ MHz}$ gewählt. Aus den Tabellen kann man u. a. entnehmen, wie sich für einen bestimmten Typ des Frequenzganges die Größe der quadratischen und kubischen Störterme relativ zueinander verhält.

Sieht man von der Abweichung bei den AM/PM-Konversionsverzerrungen für a_1 und τ_1 ab, dann läßt sich folgende allgemeine Regel angeben:

Bei den Intermodulationsverzerrungen gehören zu symmetrischen Verläufen der Dämpfung oder Laufzeit bezüglich der Trägerfrequenz f_T kleine quadratische und relativ große kubische Verzerrungsterme, zu unsymmetrischen Verläufen dagegen große quadratische und relativ kleine kubische.

Bei den AM/PM-Konversionsverzerrungen sind die Verhältnisse gerade umgekehrt.

7.1.4. Abhängigkeit der absoluten Größe der Gesamtverzerrungsleistungen von der Art des Frequenzganges.
Vergleich der Richtfunkssysteme untereinander.

Die für alle gängigen FM-Richtfunkssysteme durchgeführten Berechnungen lassen folgende pauschale Aussagen zu:

Intermodulationsverzerrungen:

- a) Lineare Dämpfungsfrequenzgänge a_1 verursachen keine Verzerrungsleistung.
- b) Bei allen Systemen sind die durch quadratische Dämpfungsverläufe a_2 hervorgerufenen Störungen vernachlässigbar klein.
- c) Bei den Systemen mit einer Kanalzahl von $K \leq 300$ sind die Verzerrungen hervorgerufen durch a_4 , a_3 , τ_1 und τ_2 ungefähr von der gleichen Größenordnung. Verzerrungsleistungen durch τ_4 und τ_3 sind dagegen um rund zwei Zehnerpotenzen kleiner.
- d) Für Systeme mit Kanalzahlen $K > 300$ wird mit wachsendem K die dominierende Rolle von τ_1 und τ_2 immer deutlicher. Verzerrungen durch a_3 , τ_4 , τ_3 und a_4 sind um zwei Zehnerpotenzen kleiner.
- e) Alle Verzerrungsleistungen nehmen mit steigenden Kanalzahlen deutlich zu. Daraus ist zu schließen, daß bei Richtfunk-Systemen mit großer Kanalzahl die Dämpfungs- und vor allem die Laufzeitverläufe sorgfältig zu entzerren sind.

AM/PM-Konversionsverzerrungen

- a) Lineare Dämpfungsverzerrungen a_1 verursachen ebenso wie lineare Laufzeitverzerrungen τ_1 bei allen Systemen vernachlässigbar kleine Verzerrungsleistungen.
- b) Bei den Systemen bis zu einer Kanalzahl von $K = 300$ erzeugen quadratische Dämpfungsverzerrungen den überwiegenden Anteil der Störleistung. Beiträge durch a_4 , a_3 und τ_2 sind untereinander ungefähr gleich, liegen aber um ein bis zwei Zehnerpotenzen unter der Verzerrungsleistung durch a_2 . Beiträge durch τ_3 und τ_4 sind nochmals um dieselbe Größenordnung kleiner.
- c) Bei Systemen mit Kanalzahlen $K > 300$ verursachen die quadratischen Frequenzgänge a_2 und τ_2 die größte Verzerrungsleistung. Um ein bis zwei Zehnerpotenzen kleinere Verzerrungsleistungen liefern die zu a_4 , τ_4 , τ_3 und a_3 gehörenden Frequenzverläufe.
- d) Mit steigender Kanalzahl tritt keine merkliche Erhöhung der Verzerrungsleistungen auf. Man kann lediglich kleine Verschiebungen der einzelnen Verzerrungsbeiträge untereinander beobachten.

7.2. Vergleich der beim Richtfunksystem FM 960 berechneten und gemessenen Intermodulationsverzerrungen

7.2.1. Aufgabenstellung

Für eine Überprüfung der Genauigkeit des analytischen Verfahrens zur Berechnung der Intermodulationsverzerrungen wird ein Vergleich mit einer Messung durchgeführt.

In Bild 7.4 sind die gemessenen Frequenzgänge von Dämpfung und Gruppenlaufzeit eines Bandfilters mit der Mittenfrequenz 70 MHz dargestellt. Über diesen Bandpaß soll das frequenzmodulierte Signal des Richtfunksystems FM 960 übertragen werden. Die Bandbreite des Filters ist klein im Vergleich

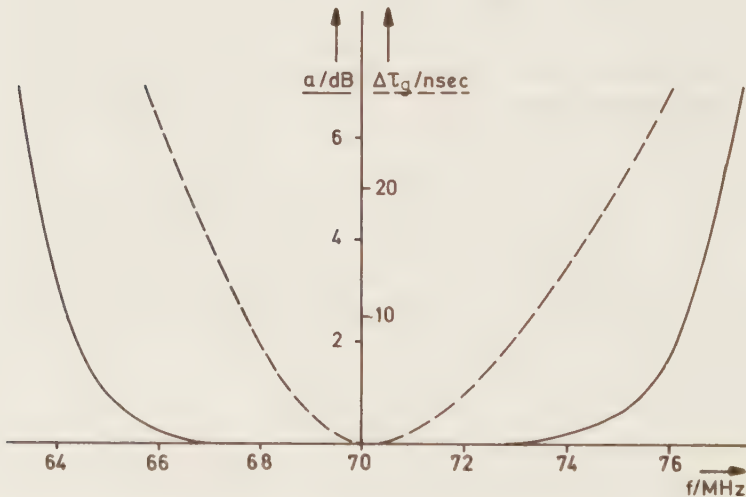


Bild 7.4: Dämpfungs- und Gruppenlaufzeit-Meßkurven eines Bandfilters

zur näherungsweise benötigten ZF-Bandbreite $B_{ZF} = 15,3$ MHz, sodaß relativ große Intermodulationsverzerrungen zu erwarten sind. In diesem Fall können die durch den Meßaufbau und eine nichtideale Modulator- und Demodulatorrealisierung entstehenden zusätzlichen Verzerrungsleistungen vernachlässigt werden. Damit ist ein sinnvoller Vergleich zwischen den Rechen- und Meßergebnissen möglich.

Die Rechnung und Messung wird einmal für ein äquivalentes Volumen von $14,8$ dB_m und weiterhin mit 3 dB Unterpegel, d.h. also mit $V_A = 11,8$ dB_m durchgeführt. Das Basisband-signal wird dabei jeweils durch die CCIR-Preemphase vor-verzerrt.

7.2.2. Analyse- und Meßergebnisse

In Bild 7.5 sind die in einem unbelegten Fernsprechkanal erzeugten, psophometrisch bewerteten Verzerrungsleistungen eingetragen. Man sieht, daß die Rechen- und Meßergebnisse sehr gut übereinstimmen; die Abweichung beträgt im Mittel nur etwa 1dB, wobei fast im gesamten Basisbandfrequenzbereich die berechnete Verzerrungsleistung größer als die gemessene ist. Da für die Berechnung der Intermodulationsverzerrungen die gemessenen Frequenzverläufe des Bandfilters zugrundegelegt werden, könnte die geringe Abweichung der Verzerrungsleistungen auch von einem Meßfehler bei den Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitgängen herrühren.

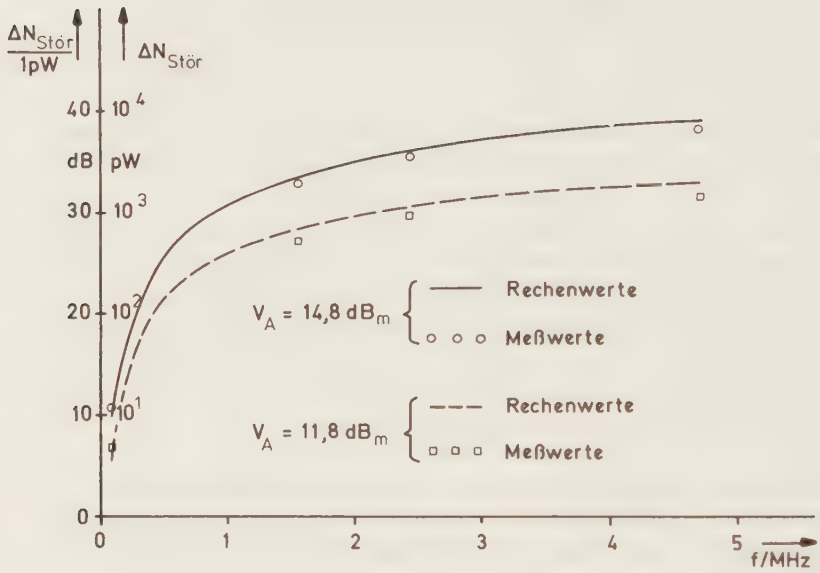


Bild 7.5: Berechnete und gemessene Intermodulationsverzerrungen

7.3. Analyse der Intermodulationsverzerrungen beim Richtfunksystem FM 2700 bei Verwendung unterschiedlicher Bandpaßtypen

7.3.1. Aufgabenstellung

Jede Richtfunkverbindung baut sich aus End- und Relaisstellen auf. An den Endstellen wird das zu übertragende Basisbandsignal eingespeist bzw. abgegeben, d.h. es wird eine Frequenzmodulation bzw. -demodulation durchgeführt. Den Bereich zwischen zwei Endstellen bezeichnet man als Modulationsabschnitt, der durch die Relaisstationen in einzelne Funkfelder unterteilt wird. In diesen Relaisstationen erfolgt normalerweise nur eine Verstärkung des FM-Signals, d.h. das Basisbandsignal liegt nicht vor. Der Abstand und damit die Zahl der Relaisstationen innerhalb eines Modulationsabschnittes hängt von den örtlichen Gegebenheiten, den verfügbaren Frequenzen, den übertragungstechnischen Anforderungen und dem kostenmäßig vertretbaren Aufwand ab [60].

Der Sendeteil der End- bzw. Relaisstellen enthält in der Regel ein Bandfilter zur spektralen Begrenzung des FM-Signals. In den Empfangsgeräten werden ebenfalls Bandpässe eingesetzt, und zwar einmal zur Unterdrückung des thermischen Rauschens und zum anderen für eine Selektion des gewünschten FM-Signals bei gleichzeitiger Übertragung mehrerer Kanäle im Frequenzmultiplexbetrieb.

Es stellt sich nun die Frage, welcher Bandpaß-Typ eignet sich am besten für die Übertragung von FM-Signalen? Zur Beantwortung dieser Frage werden Filter vom Typ „Maximal flach“, „Tschebyscheff“ und „Impulsformer“ untersucht. In Bild 7.6 werden die dazugehörigen Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitverläufe dargestellt. Die Filter mit maximal flachem und Tschebyscheff'schem Dämpfungsverhalten im

Durchlaßbereich sind der Arbeit [61] entnommen. Der Impulstiefpaß 52.01.10:S wurde aus einem Katalog in [62] ausgewählt und in einen bezüglich der Mittenfrequenz $f_T = 70$ MHz symmetrischen Impulsbandpaß transformiert. Die beiden erstgenannten Bandfilter halten die Carson-Bandbreite ein. Die Sperrgrenze wurde für alle Bandpässe so festgelegt, daß für Frequenzen $|f - f_T| \geq 40$ MHz die Sperrdämpfung $a_S \geq 30$ dB beträgt.

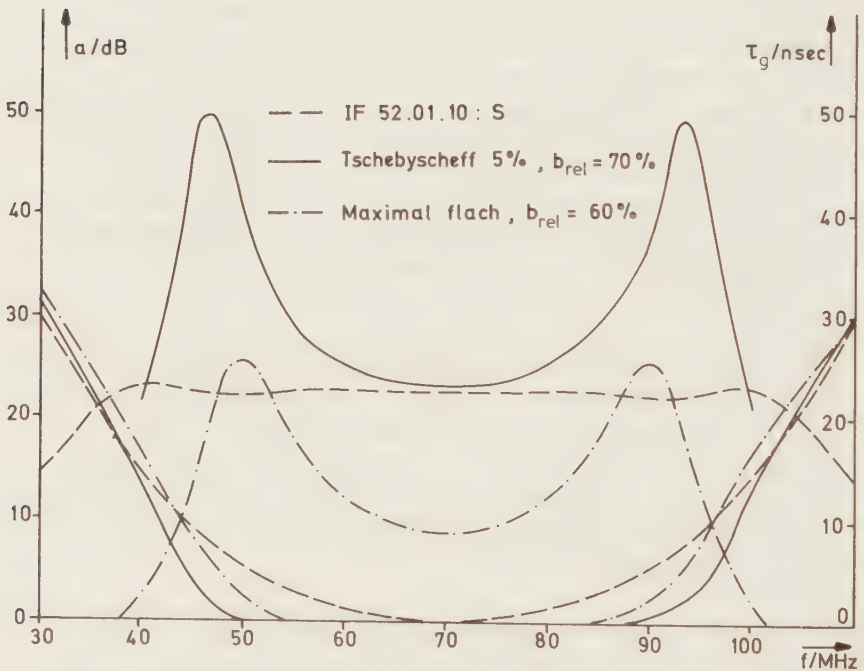


Bild 7.6: Dämpfung und Gruppenlaufzeit unterschiedlicher Filtertypen

7.3.2. Analyseergebnis

In Bild 7.7 ist die in den einzelnen Sprachkanälen erzeugte absolute Verzerrungsleistung $\Delta N_{\text{Stör}}$ eingetragen. Für die Berechnungen wurden die in den Tabellen 6.1 und 6.2 angegebenen Kenngrößen des Richtfunksystems FM 2700 und die beschriebene CCIR-Preemphase verwendet.

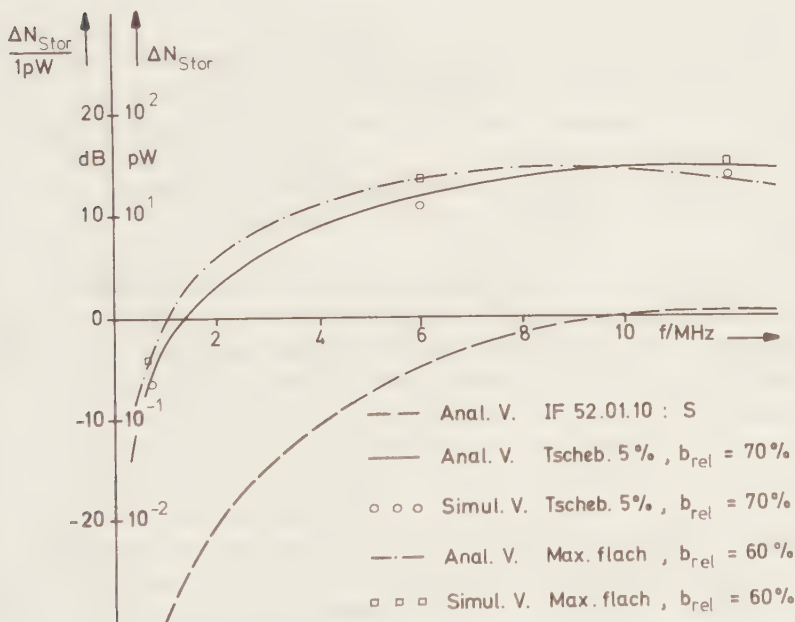


Bild 7.7: Intermodulationsverzerrungsleistungen für unterschiedliche Filtertypen

Für einen Genauigkeitsvergleich des analytischen Verfahrens mit der in [39] angegebenen Simulationmethode sind in Bild 7.7 für die Bandfilter vom Typ „Tschebyscheff“ und „Maximal flach“, für welche neben den Frequenzverläufen auch die Übertragungsfunktionen vorlagen, die Simulations-

ergebnisse für jeweils drei Meßkanäle eingetragen. Diese Ergebnisse stellte der Verfasser der Arbeit [39] freundlicherweise zur Verfügung. Dabei wurde das Basisbandspektrum durch 33 Linien simuliert und die Verzerrungsleistung in den drei Frequenzlücken durch Mittelung über 100 verschiedene Rechenläufe mit unterschiedlichen Phasenwinkelvektoren bestimmt. Vergleicht man das Ergebnis der Simulation mit dem der analytischen Rechenmethode, dann stellt man eine sehr gute Übereinstimmung fest.

Ein Vergleich der Ergebnisse bei Verwendung unterschiedlicher Bandpässe zeigt, daß die Filter vom Typ „Tschebyscheff“ und „Maximal flach“ ungefähr dieselbe Verzerrungsleistung liefern; sie beträgt bei den oberen Kanälen etwa 30pW. Einen wesentlich kleineren Verzerrungsbeitrag ergibt der Impulsbandpaß mit maximal 1pW in den oberen Kanälen.

Aus diesem Ergebnis und den Untersuchungen im vorhergehenden Abschnitt wird deutlich, daß Dämpfungsverzerrungen einen verhältnismäßig kleinen Beitrag zu den Intermodulationsverzerrungen abgeben. Wichtig dagegen ist der Verlauf der Gruppenlaufzeit, der beim Impulsbandpaß nahezu konstant ist, sodaß keine aufwendige Laufzeitentzerrung im ZF- oder HF-Bereich erforderlich ist. Es wäre also naheliegend, für die Übertragung der FM-Signale grundsätzlich Impulsbandpässe einzusetzen und die entstehenden linearen Verzerrungen des Basisbandsignals durch eine Dämpfungsentzerrung in der Basisbandebene auszugleichen. Diese Lösung ist jedoch bei den üblichen Richtfunksystemen nicht möglich, da an den Relaisstellen normalerweise das Basisbandsignal nicht vorliegt. Es wären also an den Endstellen verhältnismäßig hohe Dämpfungsverzerrungen auszugleichen, die zudem noch mit der Anzahl der Funkfelder variieren würden. Aus diesem Grund werden Bandfilter vom „Tschebyscheff“- oder „Maximal flachen“-Typ verwendet, deren Gruppenlaufzeit in der ZF-Ebene durch Allpässe entzerrt wird.

7.4. Minimierung der Intermodulationsverzerrungen beim Richtfunksystem FM 1800 durch Entzerrung der Gruppenlaufzeit

7.4.1. Aufgabenstellung

Gegeben ist der in Bild 7.8 dargestellte Gruppenlaufzeitverlauf für ein Funkfeld. Es soll versucht werden, diese Gruppenlaufzeit durch Verwendung von Allpässen so zu entzerren, daß die im Basisband auftretenden Intermodulationsverzerrungen minimal werden. Für die Berechnungen werden die Parameter des Richtfunksystems FM 1800 sowie der beschriebene CCIR-Preemphasegang zugrundegelegt.

Die zu minimierende Zielfunktion lautet:

$$Z(\lambda_i) = \frac{1}{B_{NF}} \int_{f=f_U}^{f_0} \Delta N_{\text{Stör}}(f, \lambda_i) df \stackrel{!}{=} \text{Min}(\lambda_i)$$

$\lambda_i = \alpha_i + j\beta_i$ gibt hierin die normierten Nullstellenparameter der Allpaßübertragungsfunktion

$$H_A(\lambda) = \frac{\prod_i (\lambda + \lambda_i)}{\prod_i (\lambda - \lambda_i)}$$

an. Zur Minimierung der Zielfunktion $Z(\lambda_i)$ bezüglich der zu optimierenden Parameter λ_i wird ein „Linear Search“-Verfahren verwendet, das ohne Ableitungen der Zielfunktion nach den Parametern λ_i auskommt.

7.4.2. Optimierungsergebnisse

Die Gruppenlaufzeit des Funkfeldes wurde nacheinander durch Allpaßse mit Übertragungsfunktionen vom Grade 2, 4 und 6 entzerrt, wobei die freien Parameter λ_i entsprechend dem Kriterium $Z(\lambda_i) \stackrel{!}{=} \text{Min}(\lambda_i)$ variiert wurden. Dabei ergaben sich die in Tabelle 7.3 eingetragenen Allpaßparameter. Diesen Werten liegt die Bezugsfrequenz $f_B = 70$ MHz zugrunde.

In Bild 7.8 ist die Gruppenlaufzeit des Funkfeldes allein sowie bei Entzerrung mit einem, zwei und drei Allpaßgliedern vom Grade 2 eingetragen. Um die Auswirkung der Gruppenlaufzeitentzerrung zu verdeutlichen, wird der Frequenzbereich $56 \text{ MHz} \leq f \leq 84 \text{ MHz}$ stark vergrößert dargestellt. Dieser Bereich entspricht beim System FM 1800 näherungsweise der Carson-Bandbreite. Weiterhin wird für einen besseren Vergleich der Laufzeitkurven untereinander eine Verschiebung um ihren jeweiligen Wert bei der Frequenz $f = 70$ MHz durchgeführt.

Allpaß- grad	i	$\alpha_i = \alpha_{i+1}$	$\beta_i = -\beta_{i+1}$
2	1	-0.290 332	0.995 307
4	1	-0.177 670	0.883 690
	3	-0.178 066	1.109 921
6	1	-0.199 023	0.856 621
	3	-0.264 656	0.947 936
	5	-0.171 560	1.128 415

Tab.7.3: Allpaßparameter

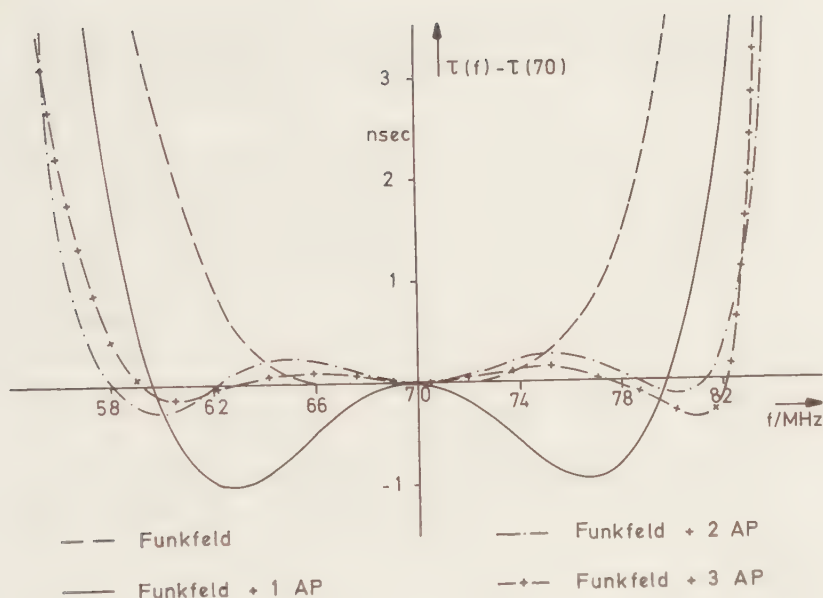


Bild 7.8: Gruppenlaufzeit des Funkfeldes mit und ohne Entzerrung

In Bild 7.9 wird die durch Intermodulationseffekte in den Sprachkanälen erzeugte Verzerrungsleistung dargestellt. Ein Laufzeitausgleich mit einem Allpaß bringt in den oberen Kanälen bereits eine merkliche Absenkung der Verzerrungsleistung. Bei Verwendung von zwei Allpaßgliedern wird sie im gesamten Basisbandfrequenzbereich nahezu konstant und beträgt weniger als 0,5pW, gegenüber 18pW im ungünstigen Kanal für das Funkfeld ohne Laufzeitausgleich. Bezieht man die Verzerrungsleistung auf 1pW, dann läßt sich also durch den Einsatz von zwei Allpaßgliedern eine Absenkung der Störung um ≥ 15 dB erreichen. Wird die Allpaßgliederzahl auf drei erhöht, dann ist keine merkliche Verbesserung mehr zu erzielen, sodaß für dieses Beispiel der technisch sinnvolle Aufwand durch zwei Allpässe gegeben ist.

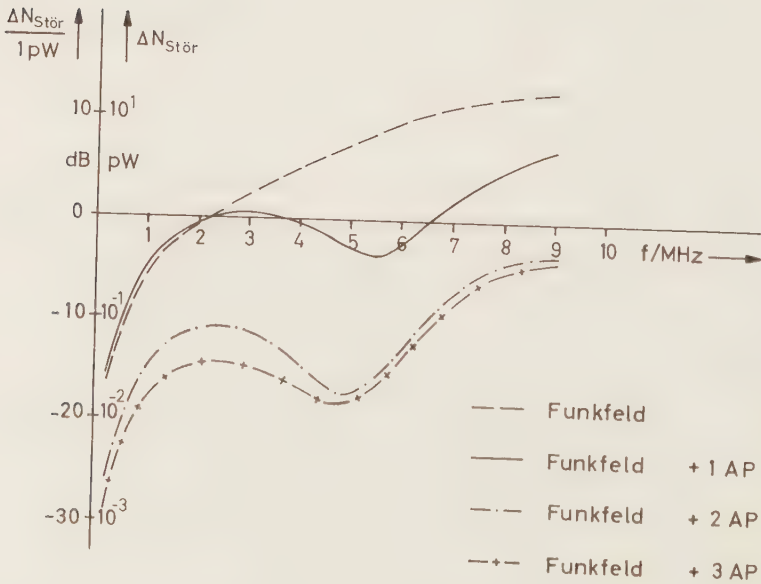
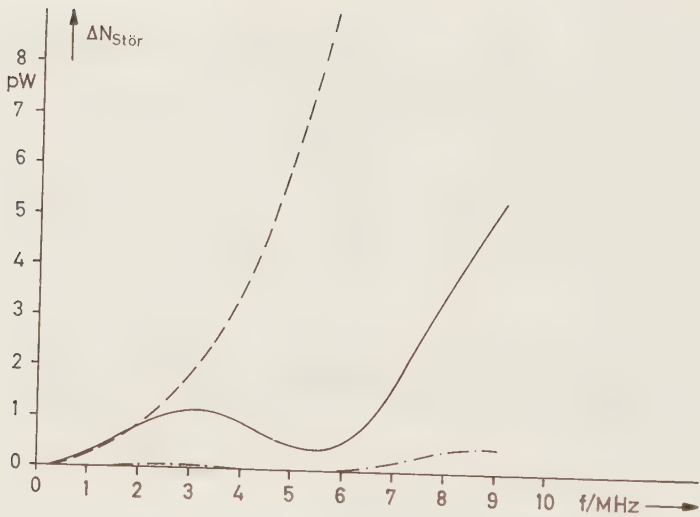


Bild 7.9: Verzerrungsleistung durch Intermodulation

8. Kritische Abschätzung des Anwendungsbereichs des analytischen Verfahrens zur Berechnung der nichtlinearen Verzerrungsleistungen

Bei dem angegebenen analytischen Verfahren zur Ermittlung der Intermodulationsverzerrungen werden die im Basisband auftretenden quadratischen und kubischen Verzerrungsanteile exakt berechnet. Im Gegensatz zu den Simulationsmethoden, bei denen die Gesamtverzerrungen anfallen, bleiben dagegen Störterme höherer Ordnung unberücksichtigt. Es muß deshalb geprüft werden, wie groß die getroffene Vernachlässigung ist und für welche FM-Richtfunksysteme sich das behandelte analytische Verfahren vornehmlich eignet. Diese Abschätzung wird anhand der spektralen Leistungsdichte bzw. der Seitenbandleistungen des FM-Signals am Modulatorausgang durchgeführt. Darüberhinaus kann dieses Leistungsspektrum zur analytischen Berechnung von Nachbarkanalstörungen verwendet werden, die z.B. auftreten wenn mehrere FM-Systeme im Frequenzmultiplexbetrieb gleichzeitig auf dasselbe Übertragungsmedium gegeben werden.

8.1. Allgemeine Form der spektralen Leistungsdichte

Für die Berechnung der spektralen Leistungsdichte des FM-Signals am Modulatorausgang werden die in Bild 8.1 eingezeichneten Systembausteine verwendet. Mit den in Abschnitt 1.3 bei der Erstellung des Rechenmodells angegebenen

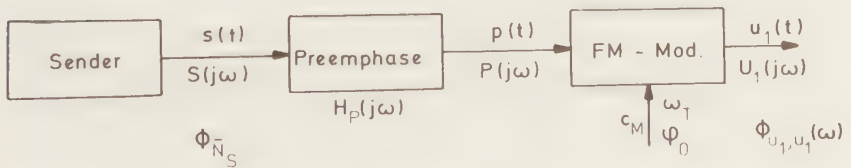


Bild 8.1: Zur Berechnung des Leistungsspektrums $\Phi_{u_1, u_1}(\omega)$ von $u_1(t)$

Beziehungen kann für die Zeitfunktion am Ausgang des Modulators geschrieben werden:

$$u_1(t) = g_0 \cdot \cos [\omega_T t + \varphi(t) + \varphi_0]. \quad (8.1)$$

Hierin gibt φ_0 einen beliebigen Nullphasenwinkel der Träger-schwingung an, dessen Wert im Bereich der Bogenmaße von $\mathcal{O}$ bis 2π gleichverteilt ist. Die zeitabhängige Phase

$$\varphi(t) = c_M \int_{\tau=0}^t p(\tau) d\tau \quad (8.2)$$

besitzt voraussetzungsgemäß die Eigenschaften eines stationären Gaußprozesses, dessen Elemente vom Zufallswert des Nullphasenwinkels statistisch unabhängig sein sollen.

Für die Autokorrelationsfunktion von $u_1(t)$ läßt sich die Beziehung

$$\begin{aligned} R_{u_1, u_1}(\tau) &= E \left\{ u_1(t) \cdot u_1(t+\tau) \right\} = \\ &= \frac{1}{4} g_0^2 E \left\{ \left[e^{j[\omega_T t + \varphi(t) + \varphi_0]} + e^{-j[\omega_T t + \varphi(t) + \varphi_0]} \right] \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot \left[e^{j[\omega_T(t+\tau) + \varphi(t+\tau) + \varphi_0]} + e^{-j[\omega_T(t+\tau) + \varphi(t+\tau) + \varphi_0]} \right] \right\} \end{aligned} \quad (8.3)$$

anschreiben, die bei Berücksichtigung von

$$\begin{aligned} E \left\{ e^{\pm j[\omega_T(2t+\tau) + \varphi(t) + \varphi(t+\tau) + 2\varphi_0]} \right\} &= \\ = e^{\pm j[\omega_T(2t+\tau)]} E \left\{ e^{\pm j[\varphi(t) + \varphi(t+\tau)]} \right\} E \left\{ e^{\pm j2\varphi_0} \right\} &= 0 \end{aligned} \quad (8.4)$$

und

$$E \left\{ e^{j[\varphi(t+\tau) - \varphi(t)]} \right\} = E \left\{ e^{-j[\varphi(t+\tau) - \varphi(t)]} \right\} \quad (8.5)$$

vereinfacht durch

$$R_{u_1, u_1}(\tau) = \frac{1}{2} g_0^2 \cos \omega_T \tau \cdot E \left\{ e^{j[\varphi(t+\tau) - \varphi(t)]} \right\} \quad (8.6)$$

dargestellt werden kann.

Definiert man mit

$$R_{\zeta, \zeta}(\tau) = E \left\{ e^{j[\varphi(t+\tau) - \varphi(t)]} \right\} \quad (8.7)$$

die Autokorrelationsfunktion einer Zufallsvariablen ζ und mit

$$\Phi_{\zeta, \zeta}(\omega) = \mathcal{F} \left\{ R_{\zeta, \zeta}(\tau) \right\} = \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} R_{\zeta, \zeta}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (8.8)$$

deren spektrale Leistungsdichtefunktion, dann folgt für

$$\Phi_{u_1, u_1}(\omega) = \frac{1}{2} g_0^2 \frac{1}{2\pi} \left[\mathcal{F} \left\{ \cos \omega_T \tau \right\} * \Phi_{\zeta, \zeta}(\omega) \right]. \quad (8.9)$$

Hieraus ergibt sich mit

$$\mathcal{F} \left\{ \cos \omega_T \tau \right\} = \frac{1}{2} 2\pi \left\{ \delta(\omega + \omega_T) + \delta(\omega - \omega_T) \right\} \quad (8.10)$$

die allgemeine Form des zweiseitigen Leistungsspektrums von $u_1(t)$ in Abhängigkeit der Kreisfrequenz ω :

$$\Phi_{u_1, u_1}(\omega) = \frac{1}{4} g_0^2 \left[\Phi_{\zeta, \zeta}(\omega - \omega_T) + \Phi_{\zeta, \zeta}(\omega + \omega_T) \right]. \quad (8.11)$$

Unter der Voraussetzung, daß die Trägerfrequenz ω_T groß ist gegenüber dem Frequenzbereich, in dem merkliche Anteile des Leistungsspektrums $\Phi_{\zeta, \zeta}(\omega)$ auftreten, kann näherungsweise für die einseitige spektrale Leistungsdichte von $u_1(t)$ geschrieben werden:

$$\phi_{u_1}(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{2} g_0^2 \phi_{\zeta, \zeta}(\omega - \omega_T) & \forall \omega \geq 0 \\ 0 & \forall \omega < 0 \end{cases} \quad (8.12)$$

Aus Gl.(8.1) ergibt sich für die mittlere Leistung von $u_1(t)$:

$$N_{u_1} = \frac{1}{2} g_0^2. \quad (8.13)$$

Diese kann auch mittels der Beziehung

$$N_{u_1} = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=0}^{\infty} \phi_{u_1}(\omega) d\omega = N_{u_1} \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=0}^{\infty} \phi_{\zeta, \zeta}(\omega - \omega_T) d\omega \quad (8.14)$$

berechnet werden, woraus folgt:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\omega=0}^{\infty} \phi_{\zeta, \zeta}(\omega - \omega_T) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{+\infty} \phi_{\zeta, \zeta}(\omega) d\omega = 1. \quad (8.15)$$

Die weiteren Betrachtungen werden für spektrale Leistungsdichten bzw. mittlere Leistungen durchgeführt, die auf N_{u_1} normiert sind.

8.2. Näherungsweise Berechnung des Leistungsspektrums $\phi_{\zeta, \zeta}(\omega)$

Für die Ermittlung der Autokorrelationsfunktion $R_{\zeta, \zeta}(\tau)$ wird analog zur Reihenentwicklung des Modulatoroperators (siehe Gln.(2.1) und (2.9))

$$M\{\varphi(t)\} = e^{j\varphi(t)} = \sum_{\mu=0}^m \frac{1}{\mu!} \varphi^\mu(t)$$

die Zufallsvariable $e^{j[\varphi(t+\tau) - \varphi(t)]}$ ebenfalls durch eine Entwicklung bis zum kubischen Glied ersetzt, wobei zur Schreibvereinfachung $\varphi(t+\tau) = \varphi_\tau$ und $\varphi(t) = \varphi$ gelten soll. Somit läßt sich für Gl.(8.7) schreiben:

$$R_{\zeta, \zeta}(\tau) = E \left\{ \left[1 + j\varphi_{\tau} - \frac{1}{2}\varphi_{\tau}^2 - j\frac{1}{6}\varphi_{\tau}^3 \right] \left[1 - j\varphi - \frac{1}{2}\varphi^2 + \frac{1}{6}j\varphi^3 \right] \right\} \quad (8.16)$$

Für den stationären Gaußschen Zufallsprozess φ bzw. φ_{τ} mit den Mittelwerten

$$E \{ \varphi \} = E \{ \varphi_{\tau} \} = 0 \quad (8.17)$$

gilt nach [5]

$$E \{ \varphi^{\mu} \varphi_{\tau}^{\nu} \} = 0 \quad \forall \quad \mu + \nu = \text{ungerade}. \quad (8.18)$$

Hiermit vereinfacht sich Gl. (8.16) zu

$$R_{\zeta, \zeta}(\tau) = E \left\{ 1 - \frac{1}{2}\varphi^2 + \varphi_{\tau}\varphi - \frac{1}{6}\varphi_{\tau}\varphi^3 - \frac{1}{2}\varphi_{\tau}^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{4}\varphi_{\tau}^2\varphi^2 - \frac{1}{6}\varphi_{\tau}^3\varphi + \frac{1}{36}\varphi_{\tau}^3\varphi^3 \right\}. \quad (8.19)$$

Mit den Festlegungen

$$R_{\varphi, \varphi}(\tau) = E \{ \varphi \cdot \varphi_{\tau} \} \quad (8.20)$$

und

$$R_{\varphi, \varphi}(0) = E \{ \varphi \cdot \varphi \} = E \{ \varphi_{\tau} \cdot \varphi_{\tau} \} \quad (8.21)$$

sowie mit den im Anhang 10.2 angegebenen Beziehungen für den Erwartungswert von vier bzw. sechs Gaußschen Zufallsgrößen sind folgende Umformungen möglich:

$$E \{ \varphi_{\tau} \varphi^3 \} = 3R_{\varphi, \varphi}(0) \cdot R_{\varphi, \varphi}(\tau) \\ E \{ \varphi_{\tau}^2 \varphi^2 \} = R_{\varphi, \varphi}^2(0) + 2R_{\varphi, \varphi}^2(\tau) \\ E \{ \varphi_{\tau}^3 \varphi \} = 3R_{\varphi, \varphi}(0) \cdot R_{\varphi, \varphi}(\tau) \\ E \{ \varphi_{\tau}^3 \varphi^3 \} = 6R_{\varphi, \varphi}^3(\tau) + 9R_{\varphi, \varphi}^2(0) R_{\varphi, \varphi}(\tau). \quad (8.22)$$

Die Größe $R_{\varphi,\varphi}(0)$ stellt bekanntlich die mittlere Leistung der zeitabhängigen Phase $\varphi(t)$ dar. Definiert man mit $\Delta\varphi$ den sog. effektiven Phasenhub, d.h. den Effektivwert der Phasenabweichung $\varphi(t)$ von der Phase der Trägerschwingung, dann gilt die Beziehung

$$\Delta^2\varphi = R_{\varphi,\varphi}(0) = E\{\varphi^2(t)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\infty}^{+\infty} \Phi_{\varphi,\varphi}(\omega) d\omega. \quad (8.23)$$

Hierin ist $\Phi_{\varphi,\varphi}(\omega)$ die spektrale Leistungsdichte von $\varphi(t)$ entsprechend

$$\Phi_{\varphi,\varphi}(\omega) = \frac{1}{\omega^2} \Phi_{\dot{\varphi},\dot{\varphi}}(\omega), \quad (8.24)$$

wobei $\Phi_{\dot{\varphi},\dot{\varphi}}(\omega)$ aus Gl.(6.17) gegeben ist.

Damit ist die Autokorrelierte $R_{\zeta,\zeta}(\tau)$ in folgender Form darstellbar:

$$\begin{aligned} R_{\zeta,\zeta}(\tau) = & \left[1 - \Delta^2\varphi + \frac{1}{4}\Delta^4\varphi\right] + \left[1 - \Delta^2\varphi + \frac{1}{4}\Delta^4\varphi\right] R_{\varphi,\varphi}(\tau) + \\ & + \frac{1}{2} R_{\varphi,\varphi}^2(\tau) + \frac{1}{6} R_{\varphi,\varphi}^3(\tau). \end{aligned} \quad (8.25)$$

Durch Anwendung der Fouriertransformation ergibt sich die gesuchte Näherungsbeziehung für das Leistungsspektrum zu

$$\begin{aligned} \Phi_{\zeta,\zeta}(\omega) = & 2\pi \left[1 - \Delta^2\varphi + \frac{1}{4}\Delta^4\varphi\right] \delta(\omega) + \left[1 - \Delta^2\varphi + \frac{1}{4}\Delta^4\varphi\right] \Phi_{\varphi,\varphi}(\omega) + \\ & + \frac{1}{4\pi} \left[\Phi_{\varphi,\varphi}(\omega) * \Phi_{\varphi,\varphi}(\omega)\right] + \frac{1}{24\pi^2} \left[\Phi_{\varphi,\varphi}(\omega) * \Phi_{\varphi,\varphi}(\omega) * \Phi_{\varphi,\varphi}(\omega)\right]. \end{aligned} \quad (8.26)$$

8.3. Exakte Berechnung des Leistungsspektrums $\Phi_{\xi, \xi}(\omega)$

Im folgenden werden die exakten Formeln für das Leistungsspektrum $\Phi_{\xi, \xi}(\omega)$ angegeben, die für einen Vergleich mit der durch Abbruch der Reihenentwicklung nach dem kubischen Glied gewonnenen Näherungslösung notwendig sind. Als Grundlage für die Ableitung der exakten Lösung dienen die Arbeiten [9] und [10]. Hiernach kann für die Autokorrelierte $R_{\xi, \xi}(\tau)$ geschrieben werden:

$$R_{\xi, \xi}(\tau) = e^{-\Delta^2 \varphi} e^{R_{\varphi, \varphi}(\tau)}. \quad (8.27)$$

Damit ist auch die exakte Form des Leistungsspektrums bekannt:

$$\Phi_{\xi, \xi}(\omega) = 2 e^{-\Delta^2 \varphi} \int_0^{\infty} e^{R_{\varphi, \varphi}(\tau)} \cos \omega \tau \, d\tau. \quad (8.28)$$

Der numerische Aufwand zur Auswertung dieser Gleichung ist jedoch sehr hoch, da zunächst über die Fourierrücktransformation $R_{\varphi, \varphi}(\tau)$ aus $\Phi_{\varphi, \varphi}(\omega)$ zu berechnen ist und danach erst $\Phi_{\xi, \xi}(\omega)$ durch eine weitere numerische Integration gewonnen werden kann. Deshalb wird in Gl.(8.27) eine Reihenentwicklung durchgeführt, womit sich ergibt:

$$R_{\xi, \xi}(\tau) = e^{-\Delta^2 \varphi} \sum_{v=0}^{\infty} \frac{1}{v!} R_{\varphi, \varphi}^v(\tau). \quad (8.29)$$

Damit ist die exakte Form des Leistungsspektrums bekannt:

$$\Phi_{\xi, \xi}(\omega) = e^{-\Delta^2 \varphi} \sum_{v=0}^{\infty} \frac{1}{v! (2\pi)^{v-1}} \left[\prod_{(v-1)}^* \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega) \right]. \quad (8.30)$$

In dieser Gleichung bedeutet:

$$\left[\prod_{(v-1)}^* \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega) \right] = (v-1)\text{-fache Faltung von } \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega).$$

$$\left[\prod_{-1}^* \phi_{\varphi, \varphi}(\omega) \right] = \delta(\omega) \quad ; \quad \left[\prod_0^* \phi_{\varphi, \varphi}(\omega) \right] = \phi_{\varphi, \varphi}(\omega).$$

Durch Anwendung des „Zentralen Grenzwert Satzes“ [17] können die Faltungen höherer Ordnung ohne wesentlichen Genauigkeitsverlust durch eine Gaußverteilung ersetzt werden. Beschränkt man sich aus Rechenzeitgründen auf $(n_1 - 1)$ -Faltungsprodukte, dann erhält man als Endbeziehung:

$$\begin{aligned} \phi_{\zeta, \zeta}(\omega) = & e^{-\Delta^2 \varphi} \sum_{v=0}^{n_1} \frac{1}{v! (2\pi)^{v-1}} \left[\prod_{(-1)}^* \phi_{\varphi, \varphi}(\omega) \right] + \\ & + \frac{1}{\sqrt{2\pi} \left(\frac{\Delta F}{\Delta \varphi} \right)} e^{-\Delta^2 \varphi} \sum_{v=n_1+1}^{\infty} \frac{(\Delta^2 \varphi)^v}{v! \sqrt{v}} e^{-\frac{\omega^2}{2v(2\pi \frac{\Delta F}{\Delta \varphi})^2}}. \end{aligned} \quad (8.31)$$

ΔF ist dabei der nach Gl. (6.15) bzw. (6.18) definierte effektive Summenfrequenzhub des winkelmulierten Signals.

8.4. Ableitung von Leistungsbeziehungen

Die auf $N_{u_1} = \frac{1}{2} g_o^2$ normierte Gesamtleistung N_{ges} des Signals am Modulatorausgang kann als Summe von Trägerleistung N_T und Seitenbandleistung N_{SB} dargestellt werden:

$$N_{ges} = N_T + N_{SB} = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega=-\omega_{SB}}^{+\omega_{SB}} \phi_{\zeta, \zeta}(\omega) d\omega \leq 1. \quad (8.32)$$

Geht die Integrationsgrenze für die Seitenbänder gegen Unendlich, dann ergibt sich als Grenzwert $N_{ges} = 1$, wenn für $\phi_{\zeta, \zeta}(\omega)$ der exakte Ausdruck verwendet wird.

Als Näherungsbeziehung für die Trägerleistung N_T kann aus Gl. (8.26) der Ausdruck

$$N_{T_N} = 1 - \Delta^2 \varphi + \frac{1}{4} \Delta^4 \varphi \quad (8.33)$$

angeschrieben werden.

Der exakte Wert der Trägerleistung folgt für $v = 0$ aus Gl.(8.31):

$$N_{T_E} = e^{-\Delta^2 \varphi} \quad (8.34)$$

Als Näherungsbeziehung für die Seitenbandleistung ergibt sich:

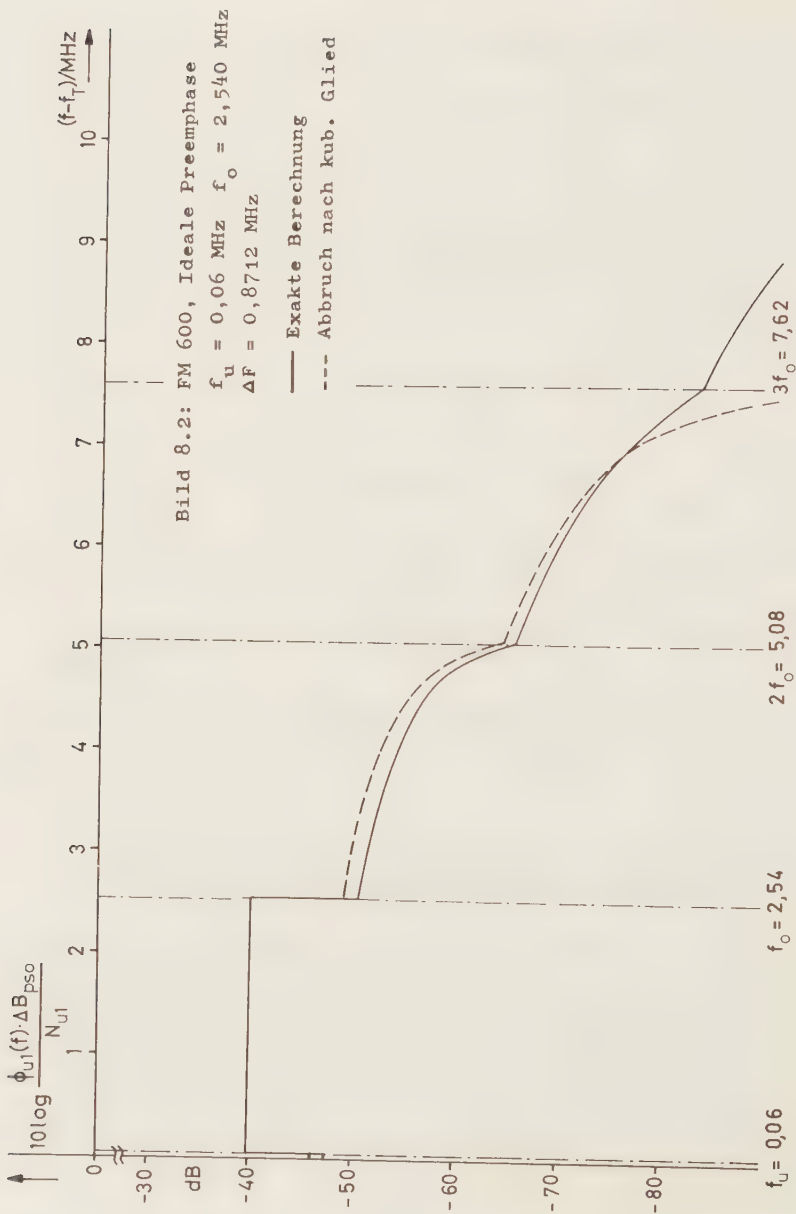
$$\begin{aligned} N_{SB_N} = & \frac{1}{\pi} \left[1 - \Delta^2 \varphi + \frac{1}{4} \Delta^4 \varphi \right] \int_{\omega=0}^{\omega_{SB}} \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega) d\omega + \\ & + \frac{1}{4\pi^2} \int_{\omega=0}^{\omega_{SB}} [\Phi_{\varphi, \varphi}(\omega) * \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega)] d\omega + \\ & + \frac{1}{24\pi^3} \int_{\omega=0}^{\omega_{SB}} [\Phi_{\varphi, \varphi}(\omega) * \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega) * \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega)] d\omega. \end{aligned} \quad (8.35)$$

Der exakte Wert für die Seitenbandleistung lautet:

$$\begin{aligned} N_{SB_E} = & \frac{1}{\pi} e^{-\Delta^2 \varphi} \sum_{v=1}^{n_1} \frac{1}{v! (2\pi)^{v-1}} \int_{\omega=0}^{\omega_{SB}} \left[\prod_{i=1}^v \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega) \right] d\omega + \\ & + e^{-\Delta^2 \varphi} \sum_{v=n_1+1}^{\infty} \frac{(\Delta^2 \varphi)^v}{v!} \operatorname{erf} \left(\frac{\omega_{SB}}{2\pi \sqrt{2V}} \frac{\Delta \varphi}{\Delta F} \right). \end{aligned} \quad (8.36)$$

8.5 Anwendung der abgeleiteten Beziehungen auf übliche FM-Richtfunksysteme und Diskussion der Ergebnisse

Für die in den Tabellen 6.1 und 6.2 angegebenen Richtfunksysteme wird die einseitige spektrale Leistungsdichte $\Phi_{u_1}(\omega)$ (siehe Gln.8.12 mit 8.26 und 8.31), die Trägerleistung N_T (Gl.8.33 und 8.34) und die Seitenbandleistung N_{SB} (Gl.8.35 und 8.36) näherungsweise und exakt berechnet. Dabei wird ein idealer Preemphasefrequenzgang angenommen, das bedeutet, die spektrale Leistungsdichte $\Phi_{\varphi, \varphi}(\omega)$ ist im Bereich $2\pi f_{u-} \leq \omega \leq 2\pi f_o$ konstant.



Integrat. Grenze	Exakte Berechnung		Abbruch nach kub. Glied	
	Trägerl. $N_{T_F} = 0,7063$		Trägerl. $N_{T_N} = 0,6839$	
	$\underline{N_{gesE}}$	$\underline{N_{SB_E}}$	$\underline{N_{gesN}}$	$\underline{N_{SB_N}}$
$1 \cdot f_o$	0,9869	0,2806	0,9714	0,2875
$2 \cdot f_o$	0,9997	0,2934	0,9892	0,3053
$3 \cdot f_o$	0,9999	0,2936	0,9895	0,3056

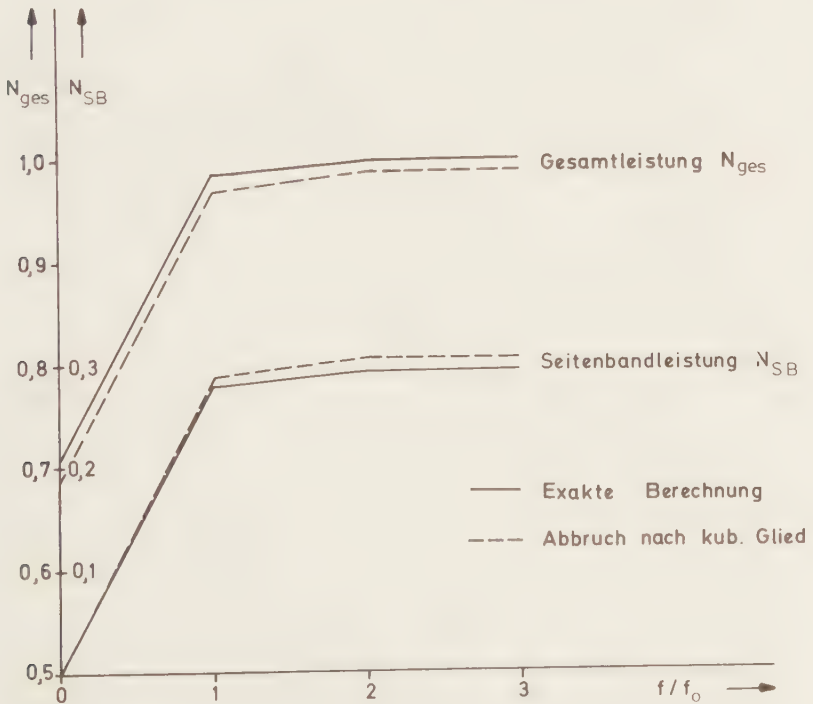
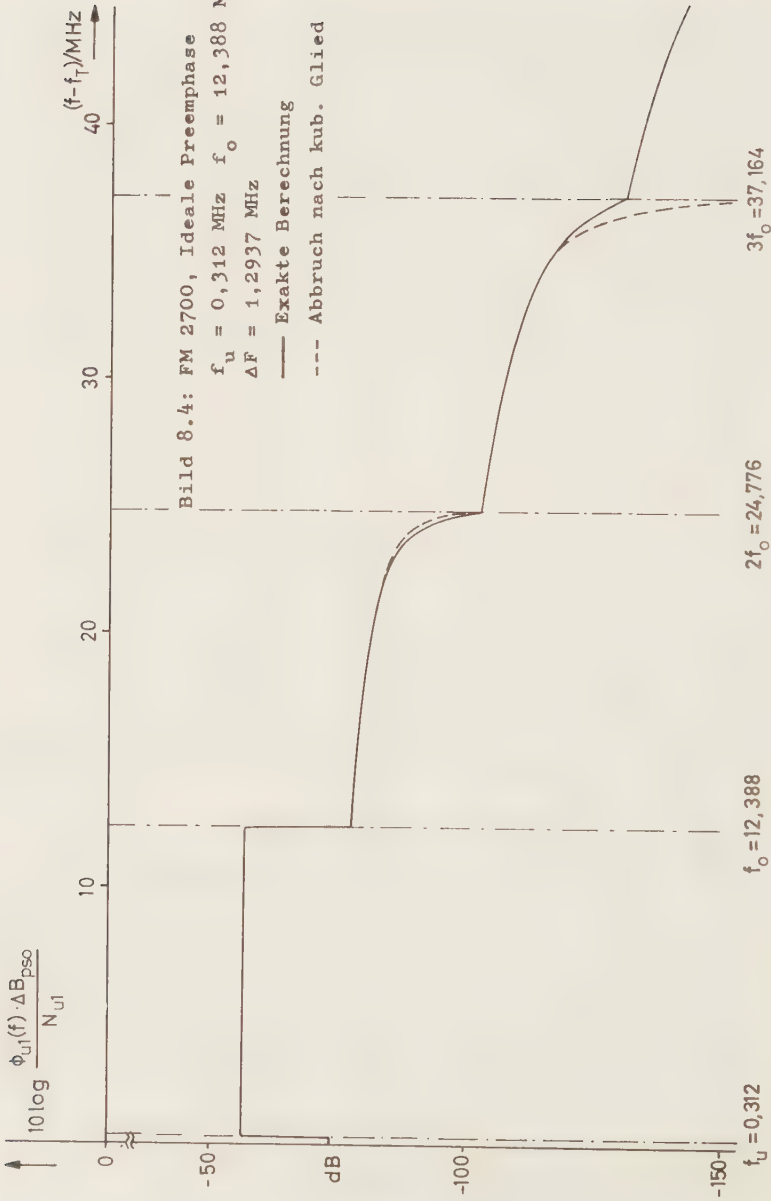


Bild 8.3: FM 600, Ideale Preemphasis

(N_{SB_E} : $n_1=4$; bei $\sum \text{erf}(\dots)$ obere Sum. Gr. $v_{\max}=10$)



Integrat. Grenze	Exakte Berechnung		Abbruch nach kub. Glied	
	Trägerl. $N_{TE}=0,9682$		Trägerl. $N_{TN}=0,9685$	
	$\underline{N_{gesE}}$	$\underline{N_{SB_E}}$	$\underline{N_{gesN}}$	$\underline{N_{SB_N}}$
$1 \cdot f_0$	0,9998	0,03161	0,9997	0,03122
$2 \cdot f_0$	0,9999	0,03175	0,9998	0,03135
$3 \cdot f_0$	1,0	0,03175	0,9998	0,03135

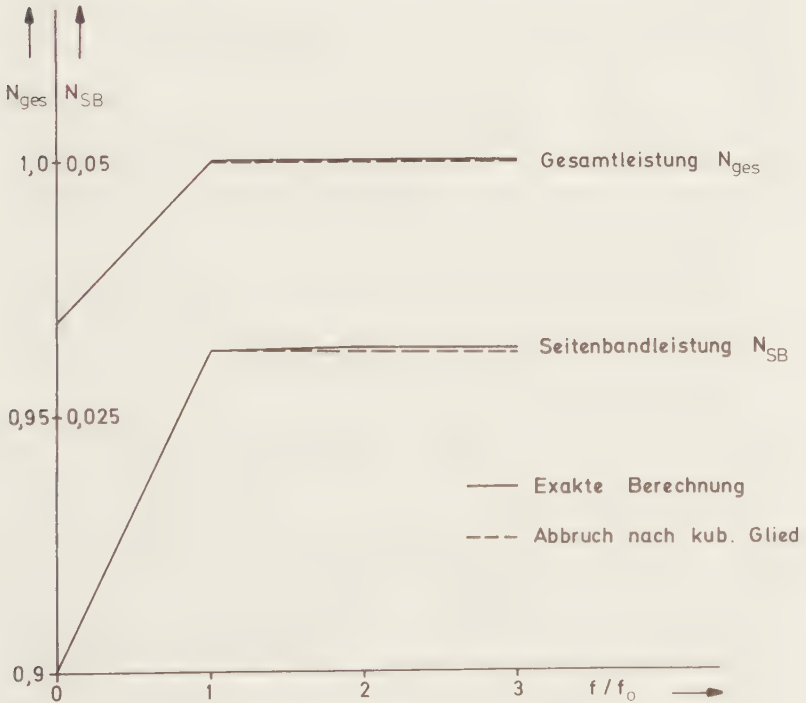


Bild 8.5: FM 2700, Ideale Preemphasis

($N_{SB_E} : n_1=5$; bei $\sum \text{erf}(\dots)$ obere Sum. Gr. $v_{\max}=10$)

In den Bildern 8.2 und 8.4 wird am Beispiel der Systeme FM 600 bzw. FM 2700 die in einem psophometrisch bewerteten Fernsprechanal vorliegende Leistung $\Phi_{u_1}(f)$. ΔB_{ps0} bezogen auf N_{u_1} graphisch dargestellt. Der Unterschied der exakten und näherungsweise Berechnung nimmt mit steigender Kanalzahl, d.h. fallendem Modulationsindex ab. Wie ein Vergleich der Analyseergebnisse für die einzelnen Systeme zeigt, treten bei Kanalzahlen $K > 960$ Unterschiede im wesentlichen nur noch für Frequenzen $|\omega - \omega_T| \geq 3\omega_0$ auf, da in diesem Bereich bei der Näherungslösung keine Leistungsanteile mehr vorhanden sind.

Bei Betrachtung der in den Bildern 8.3 und 8.5 eingetragenen Werte von Gesamt-, Träger- und Seitenbandleistung erkennt man:

- a) Innerhalb des Frequenzbereichs $0 \leq |\omega| < 3\omega_0$ ist der wesentliche Teil der Seitenbandleistung enthalten. Die innerhalb dieses Frequenzbereichs auftretenden Leistungsanteile werden bei der Berechnung der Intermodulationsverzerrungen verwendet.
- b) Der Unterschied zwischen der exakten und näherungsweise Berechnung nimmt mit steigender Kanalzahl ab. Er beträgt beim System FM 600 ungefähr 3% und sinkt beim System FM 2700 auf etwa 1%.

In Bild 8.6 wird als Funktion des Modulationsindex M die Seitenbandleistung bei exakter Berechnung und bei Abbruch nach dem kubischen Glied dargestellt. Bis zu einem Modulationsindex von $M = 1,2$, d.h. für FM-Systeme mit Kanalzahlen $K > 300$, sind die Unterschiede zwischen beiden Berechnungsarten kleiner 3%.

Sowohl bei der Ermittlung der Intermodulationsverzerrungen als auch bei der näherungsweise Berechnung des Leistungsspektrums am Modulatorausgang wird eine Reihenentwicklung der Funktion $e^{j\varphi(t)}$ nach dem kubischen Glied abgebrochen. Da die quadratischen und kubischen Intermodulationsverzerrungsterme exakt berechnet werden, d.h. hier keine zu-

sätzlichen Fehler zu erwarten sind, ist anzunehmen, daß der durch Vernachlässigung höherer Verzerrungsterme entstehende

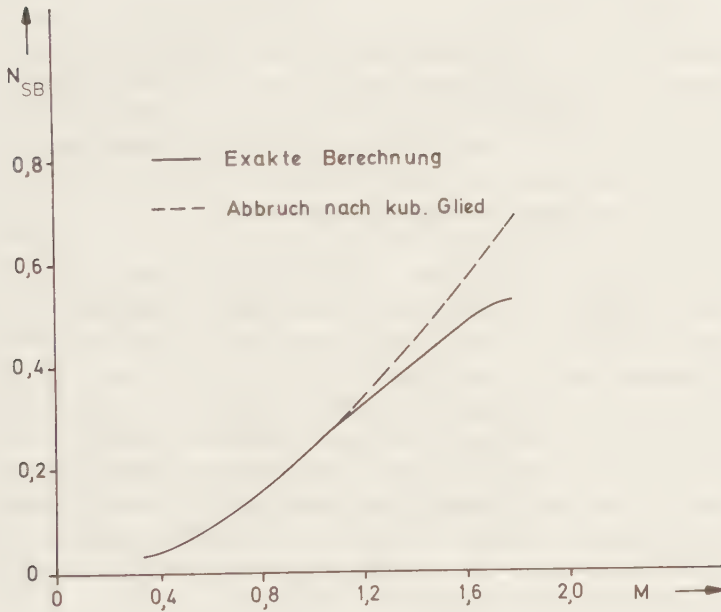


Bild 8.6: Seitenbandleistung bei einer Integrationsgrenze

$$\omega_{SB} = 3\omega_0.$$

Fehler bei den Intermodulationsverzerrungsleistungen ebenfalls in der Größenordnung von 3% liegt. Aus den Bildern 8.3, 8.5 und 8.6 wird deutlich, daß die Genauigkeit bei der Ermittlung der Intermodulationsverzerrungen mit fallendem Modulationsindex zunimmt.

9. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird ein analytisches Verfahren zur Berechnung von Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen angegeben. Diese nichtlinearen Verzerrungen treten bei linear gefilterten winkelmodulierten Signalen im Basisband nach der Demodulation auf. Das beschriebene Verfahren eignet sich vornehmlich für die üblichen FM-Richtfunksysteme mit kleinem Modulationsindex.

Nach einer kurzen Systembeschreibung und einer Zusammenstellung der möglichen nichtlinearen Signalverzerrungen wird das den späteren Ableitungen zugrundeliegende Rechenmodell angegeben. Hierauf folgt eine Darstellung der zwei grundsätzlichen Lösungsverfahren, nämlich der sogenannten Simulations- und analytischen Methoden. Bei den analytischen Verfahren läßt sich dabei das lineare Übertragungssystem zwischen dem Modulator und Demodulator entweder exakt oder durch eine Potenzreihen-Nachbildung berücksichtigen. In dieser Arbeit wird aus Rechenzeitgründen das letztgenannte Verfahren angewandt.

Die wesentlichen Verbesserungen gegenüber den aus der Literatur bekannten Lösungsmöglichkeiten enthalten die folgenden drei Kapitel, die den eigentlichen Kern der Arbeit darstellen. Es ist dies einmal die weitgehend exakte Nachbildung des linearen Übertragungssystems durch eine Potenzreihe von beliebigem Grade n , wobei ein praxisnahes Approximationskriterium und ein rechenzeitsparendes Optimierungsverfahren Anwendung finden. In einem weiteren Kapitel werden Hilfszeitfunktionen abgeleitet, die für eine exakte Berechnung der quadratischen und kubischen Verzerrungsterme benötigt werden. Schließlich erfolgt die mit einem erheblichen mathematischen Aufwand verbundene Ableitung der spektralen Leistungsdichtefunktion der quadratischen und kubischen Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungsterme. Die sich

ergebenden exakten Beziehungen werden dabei im Sinne einer minimalen Rechenzeit und eines kleinen Speicherplatzbedarfs umgeformt.

In einem weiteren Kapitel werden charakteristische technische Kenngrößen üblicher FM-Richtfunksysteme behandelt, um für die gewonnenen systemtheoretischen Ergebnisse den notwendigen Zusammenhang mit der Praxis herzustellen. Unter diesem Gesichtspunkt sind auch die Anwendungsbeispiele zu sehen. Es erfolgt einmal die Analyse der Intermodulations- und AM/PM-Konversionsverzerrungen üblicher FM-Richtfunksysteme bei typischen Dämpfungs- und Gruppenlaufzeitverläufen. Weiterhin wird anhand des Systems FM 960 ein Vergleich von Rechen- und Meßergebnissen durchgeführt und es werden in einem dritten Analysebeispiel für das System FM 2700 die Intermodulationsverzerrungen bei Verwendung unterschiedlicher Bandfiltertypen berechnet. Schließlich erfolgt für das System FM 1800 eine Minimierung der nichtlinearen Verzerrungsleistung durch Optimierung von Allpaßschaltungen, welche für einen Gruppenlaufzeitausgleich eingesetzt werden.

Den Schluß der Arbeit bildet eine grobe Abschätzung des Anwendungsbereichs des analytischen Verfahrens. Diese Abschätzung wird anhand der Seitenbandleistung eines FM-Signals durchgeführt.

10. Anhang

10.1. Kreuzleistungsspektrum der Hilfszeitfunktionen $z_1(t)$ und $z_3(t)$

Im Eingangskapitel wird gezeigt, daß die in einem bestimmten Fernsprechkanal auftretenden nichtlinearen Verzerrungsgeräusche sich meßtechnisch erfassen lassen, wenn im konstanten Sendespektrum des Tf-Vielkanalsystems durch eine Bandsperrung eine Spektrumslücke erzeugt wird. Empfangsseitig wird mittels eines Bandpasses, dessen Durchlaßbreite und Mittenfrequenz durch den gewünschten Meßkanal festgelegt sind, nur die in diesen freien Kanal hineinfallende Störleistung zu einem Leistungsmesser durchgelassen.

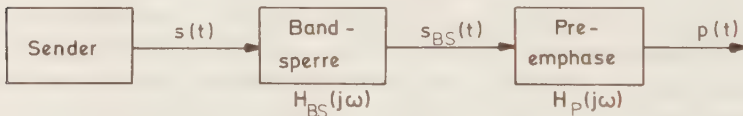


Bild A1: Zur Ableitung des Kreuzleistungsspektrums von $z_1(t)$ und $z_3(t)$

Von den Summanden der Hilfszeitfunktion $z(t)$ nach Gl.(2.8) wird zunächst vorausgesetzt, daß es sich um stationäre Zufallsprozesse handeln soll.

Das Signal $z_1(t)$, welches die rein linearen Verzerrungen der FM-Übertragungsstrecke darstellt, kann formal durch das Faltungsprodukt

$$z_1(t) = v_1(t) * h_{BS}(t) = \int_{t_g=0}^{\infty} v_1(t-t_g) h_{BS}(t_g) dt_g \quad (A1.1)$$

beschrieben werden, wenn $v_1(t)$ das linear verzerrte Sendesignal $s(t)$ auf der Empfangsseite ohne Berücksichtigung der Bandsperrung darstellt und die Zeitfunktion

$$h_{BS}(t) = \mathcal{F}^{-1} \{ H_{BS}(j\omega) \} \quad (A1.2)$$

die Impulsantwort der Bandsperre angibt.

Mit Gl. (A1.2) gilt somit für das Amplitudenspektrum von $z_1(t)$

$$Z_1(j\omega) = \mathcal{F}\{z_1(t)\} = V_1(j\omega) \cdot H_{BS}(j\omega) \quad (A1.3)$$

bzw. für die spektrale Leistungsdichte

$$\Phi_{z_1, z_1}(\omega) = \mathcal{F}\{E\{z_1(t)z_1(t+\tau)\}\} = \Phi_{V_1, V_1}(\omega) |H_{BS}(j\omega)|^2 \quad (A1.4)$$

Die spektrale Leistungsdichte $\Phi_{z_1, z_1}(\omega)$ des Signals $z_1(t)$ weist also im Sperrfrequenzbereich von $H_{BS}(j\omega)$ den Wert Null auf.

Gesucht ist nun das Verhalten des Kreuzleistungsspektrums $\Phi_{z_1, z_3}(\omega)$ der Zeitfunktion $z_1(t)$ und $z_3(t)$. Für die Autokorrelierte gilt zunächst:

$$\begin{aligned} R_{z_1, z_3}(\tau) &= E\{z_1(t) z_3(t+\tau)\} = \\ &= E\left\{\int_{t_g=0}^{\infty} v_1(t-t_g) h_{BS}(t_g) dt_g \cdot z_3(t+\tau)\right\} = \\ &= \int_{t_g=0}^{\infty} h_{BS}(t_g) \cdot E\{v_1(t-t_g) \cdot z_3(t+\tau)\} dt_g. \end{aligned} \quad (A1.5)$$

Da es sich bei $v_1(t)$ und $z_3(t)$ um stationäre Zufallsprozesse handelt, gilt auch

$$\begin{aligned} R_{z_1, z_3}(\tau) &= \int_{t_g=0}^{\infty} h_{BS}(t_g) \cdot E\{v_1(t) \cdot z_3(t+t_g+\tau)\} dt_g = \\ &= \int_{t_g=0}^{\infty} h_{BS}(t_g) \cdot R_{v_1, z_3}(t_g+\tau) dt_g. \end{aligned} \quad (A1.6)$$

Wird in Gl.(A1.6) t_g durch $-t_g$ ersetzt, dann erhält man:

$$\begin{aligned} R_{z_1, z_3}(\tau) &= \int_{t_g=-\infty}^0 h_{BS}(-t_g) \cdot R_{v_1, z_3}(\tau - t_g) dt_g = \\ &= h_{BS}(-\tau) * R_{v_1, z_3}(\tau). \end{aligned} \quad (A1.7)$$

Mit

$$\mathcal{F}\{h_{BS}(-\tau)\} = H_{BS}^*(j\omega) \quad (A1.8)$$

und

$$\mathcal{F}\{R_{v_1, z_3}(\tau)\} = \Phi_{v_1, z_3}(\omega) \quad (A1.9)$$

folgt für die Fouriertransformierte von $R_{z_1, z_3}(\tau)$:

$$\Phi_{z_1, z_3}(\omega) = \mathcal{F}\{R_{z_1, z_3}(\tau)\} = H_{BS}^*(j\omega) \cdot \Phi_{v_1, z_3}(\omega). \quad (A1.10)$$

Aus Gl.(A1.10) wird somit deutlich, daß auch das Kreuzleistungsspektrum $\Phi_{z_1, z_3}(\omega)$ im Sperrfrequenzbereich der Bandsperrung keine Leistung aufweist. Es können also sämtliche Kreuzterme, die $\psi_1(t)$ bzw. $\eta_1(t)$ enthalten, für die Berechnung der quadratischen Intermodulationsverzerrungen vernachlässigt werden.

10.2. Bestimmung höherer Momente Gaußscher Zufallsgrößen aus den Momenten zweiter Ordnung

Für den Erwartungswert eines Produktes von λ Gaußschen Zufallsgrößen $\xi_1, \dots, \xi_\mu, \dots, \xi_\lambda$, deren Einzelerwartungswerte $E\{\xi_\mu\}$ verschwinden, gelten nach [5] folgende Beziehungen:

$$E\{\xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \dots \cdot \xi_\lambda\} = 0 \quad \forall \lambda = \text{ungerade} \quad (\text{A2.1})$$

$$E\{\xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \dots \cdot \xi_\lambda\} = \sum_{g=1}^r \prod_{j=1}^m E_j\{\xi_\mu \xi_\nu\} \quad \forall \lambda = 2m = \text{gerade.} \quad (\text{A2.2})$$

Die Zufallsvariablen ξ können dabei zueinander korreliert oder unkorreliert sein, vorausgesetzt ist lediglich eine symmetrische Amplitudendichteverteilung.

Nach Gl.(A2.2) läßt sich demnach der Erwartungswert einer geraden Anzahl von Gaußschen Zufallsgrößen als Summe über die Produkte der Erwartungswerte von verschiedenen Kombinationen von m unterschiedlichen Paaren von Zufallsgrößen darstellen. Dabei darf eine bestimmte Zufallsgröße ξ_μ in einer Produkt-Kombination nur einmal vorkommen; weiterhin ist zu beachten, daß die Paare $\{\xi_\mu \xi_\nu\}$ und $\{\xi_\nu \xi_\mu\}$ identisch sind. Für $\lambda = 2m$ können also die Momente der Ordnung λ als Summe von

$$r = \frac{\lambda!}{2^m \cdot m!} \quad (\text{A2.3})$$

Produkten zu je m Momenten zweiter Ordnung angegeben werden.

Beispiel $\lambda = 4$: $r = \frac{4!}{2^2 \cdot 2!} = 3 \quad m = 2$

$$E\{\xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \xi_3 \cdot \xi_4\} = \sum_{g=1}^3 \prod_{j=1}^2 E_j\{\xi_\mu \xi_\nu\} = \quad (\text{A2.4})$$

$$= E\{\xi_1 \xi_2\} E\{\xi_3 \xi_4\} + E\{\xi_1 \xi_3\} E\{\xi_2 \xi_4\} + E\{\xi_1 \xi_4\} E\{\xi_2 \xi_3\}.$$

Beispiel $\lambda = 6$:

$$r = \frac{6!}{2^3 \cdot 3!} = 15 \quad m = 3$$

$$\begin{aligned} E\{\xi_1 \xi_2 \xi_3 \xi_4 \xi_5 \xi_6\} &= \sum_{g=1}^{15} \prod_{j=1}^3 E_j\{\xi_{\mu} \xi_{\nu}\} = \\ &= E\{\xi_1 \xi_2\} E\{\xi_3 \xi_4\} E\{\xi_5 \xi_6\} + E\{\xi_1 \xi_2\} E\{\xi_3 \xi_5\} E\{\xi_4 \xi_6\} + \\ &+ E\{\xi_1 \xi_2\} E\{\xi_3 \xi_6\} E\{\xi_4 \xi_5\} + \\ &+ E\{\xi_1 \xi_3\} E\{\xi_2 \xi_4\} E\{\xi_5 \xi_6\} + E\{\xi_1 \xi_3\} E\{\xi_2 \xi_5\} E\{\xi_4 \xi_6\} + \\ &+ E\{\xi_1 \xi_3\} E\{\xi_2 \xi_6\} E\{\xi_4 \xi_5\} + \\ &+ E\{\xi_1 \xi_4\} E\{\xi_2 \xi_3\} E\{\xi_5 \xi_6\} + E\{\xi_1 \xi_4\} E\{\xi_2 \xi_5\} E\{\xi_3 \xi_6\} + \\ &+ E\{\xi_1 \xi_4\} E\{\xi_2 \xi_6\} E\{\xi_3 \xi_5\} + \\ &+ E\{\xi_1 \xi_5\} E\{\xi_2 \xi_3\} E\{\xi_4 \xi_6\} + E\{\xi_1 \xi_5\} E\{\xi_2 \xi_4\} E\{\xi_3 \xi_6\} + \\ &+ E\{\xi_1 \xi_5\} E\{\xi_2 \xi_6\} E\{\xi_3 \xi_4\} + \\ &+ E\{\xi_1 \xi_6\} E\{\xi_2 \xi_3\} E\{\xi_4 \xi_5\} + E\{\xi_1 \xi_6\} E\{\xi_2 \xi_4\} E\{\xi_3 \xi_5\} + \\ &+ E\{\xi_1 \xi_6\} E\{\xi_2 \xi_5\} E\{\xi_3 \xi_4\}. \end{aligned} \tag{A2.5}$$

10.3. Herleitung der Beziehung $E\{\varphi^{(\mu)}(t)\varphi^{(\nu)}(t+\tau)\} = (-1)^\mu R_{\varphi,\varphi}^{(\mu+\nu)}(\tau)$

Unter der Voraussetzung eines stationären Zufallsprozesses $\varphi(t)$ gilt folgende Ableitung:

$$\begin{aligned} E\{\varphi^{(\mu)}(t)\varphi^{(\nu)}(t+\tau)\} &= \frac{d^\nu}{d\tau^\nu} E\{\varphi^{(\mu)}(t)\varphi(t+\tau)\} = \\ &= \frac{d^\nu}{d\tau^\nu} E\{\varphi^{(\mu)}(t^*-\tau)\varphi(t^*)\} = (-1)^\mu \frac{d^{\mu+\nu}}{d\tau^{\mu+\nu}} E\{\varphi(t^*-\tau)\varphi(t^*)\} = \\ &= (-1)^\mu R_{\varphi,\varphi}^{(\mu+\nu)}(\tau). \end{aligned} \quad (A3.1)$$

10.4. Herleitung der Beziehung $R_{\varphi,\varphi}^{(v)}(\tau) \cdot R_{\varphi,\varphi}^{(v+g)}(\tau) =$

$$= \sum_{\mu=0}^g (-1)^\mu \left[\frac{1}{2} \binom{g-1-\mu}{\mu} + \binom{g-1-\mu}{\mu-1} \right] \left[\left(R_{\varphi,\varphi}^{(v+\mu)}(\tau) \right)^2 \right]^{(g-2\mu)}$$

Die Herleitung dieser Beziehung geht in zwei Stufen vor sich und soll zur Schreibvereinfachung für eine beliebige Zeitfunktion $\zeta(t)$ durchgeführt werden. Im Ergebnis kann dann für $\zeta(t)$ der Ausdruck $R_{\varphi,\varphi}(\tau)$ geschrieben werden, um die obige Darstellung zu erhalten.

Teil 1:

Zunächst soll die Gültigkeit der Beziehung

$$\zeta^{(v)} \zeta^{(v+g)} = \sum_{\mu=0}^{g-1} (-1)^\mu \left[\binom{g-1-\mu}{\mu} \left(\zeta^{(v+\mu)} \zeta^{(v+\mu+1)} \right)^{(g-2\mu-1)} - \binom{g-2-\mu}{\mu} \left(\zeta^{(v+\mu+1)} \zeta^{(v+\mu+1)} \right)^{(g-2\mu-2)} \right] \quad (A4.1)$$

anhand eines Induktionsbeweises nachgewiesen werden:

Für $g = 1$ gilt mit (A4.1) die Beziehung: $\zeta^{(v)} \zeta^{(v+1)} = \zeta^{(v)} \zeta^{(v+1)}$.

Gleichung (A4.1) sei richtig für eine beliebige natürliche Zahl g , d.h. es gelte:

$$\zeta^{(v)} \zeta^{(v+g+1)} = \left(\zeta^{(v)} \zeta^{(v+g)} \right)' - \zeta^{(v+1)} \zeta^{(v+g)} \quad (A4.2)$$

Mit Gl. (A4.1) erhält man für (A4.2) den Ausdruck:

$$\begin{aligned}
 & \left(\zeta^{(v)} \zeta^{(v+g)} \right)' - \zeta^{(v+1)} \zeta^{(v+g)} = \\
 & = \sum_{\mu=0}^{\frac{g-1}{2}} (-1)^{\mu} \left[\binom{g-1-\mu}{\mu} \left(\zeta^{(v+\mu)} \zeta^{(v+\mu+1)} \right)^{(g+1-2\mu-1)} \right. \\
 & \quad \left. - \binom{g-2-\mu}{\mu} \left(\zeta^{(v+\mu+1)} \zeta^{(v+\mu+2)} \right)^{(g+1-2\mu-2)} \right] - \\
 & - \sum_{\mu=0}^{\frac{g-2}{2}} (-1)^{\mu} \left[\binom{g-2-\mu}{\mu} \left(\zeta^{(v+\mu+1)} \zeta^{(v+\mu+2)} \right)^{(g-2\mu-2)} \right. \\
 & \quad \left. - \binom{g-3-\mu}{\mu} \left(\zeta^{(v+\mu+2)} \zeta^{(v+\mu+3)} \right)^{(g-2\mu-3)} \right]. \tag{A4.3}
 \end{aligned}$$

Wenn man in der ersten Summe die Terme mit $\mu = 0$ vom Rest trennt und in der zweiten Summe μ durch $\mu-1$ ersetzt, erhält man:

$$\begin{aligned}
 & \left(\zeta^{(v)} \zeta^{(v+1)} \right)^{(g)} - \left(\zeta^{(v+1)} \zeta^{(v+1)} \right)^{(g-1)} + \\
 & + \sum_{\mu=1}^{\frac{g-1}{2}} (-1)^{\mu} \left[\binom{g-1-\mu}{\mu} \left(\zeta^{(v+\mu)} \zeta^{(v+\mu+1)} \right)^{(g+1-2\mu-1)} \right. \\
 & \quad \left. - \binom{g-2-\mu}{\mu} \left(\zeta^{(v+\mu+1)} \zeta^{(v+\mu+2)} \right)^{(g+1-2\mu-2)} \right] + \\
 & + \sum_{\mu=1}^{\frac{g}{2}} (-1)^{\mu} \left[\binom{g-1-\mu}{\mu-1} \left(\zeta^{(v+\mu)} \zeta^{(v+\mu+1)} \right)^{(g+1-2\mu-1)} \right. \\
 & \quad \left. - \binom{g-2-\mu}{\mu-1} \left(\zeta^{(v+\mu+1)} \zeta^{(v+\mu+2)} \right)^{(g+1-2\mu-2)} \right]. \tag{A4.4}
 \end{aligned}$$

Da

$$\binom{n+1}{m} = \binom{n}{m} \frac{n+1}{n-m+1}$$

und

$$\begin{aligned} \binom{n}{m} + \binom{n}{m-1} &= \frac{n!}{m!(n-m)!} + \frac{n!}{(m-1)!(n-m+1)!} = \\ &= \frac{n!}{m!(n-m)!} \left[1 + \frac{m}{n-m+1} \right] = \binom{n}{m} \left[\frac{n+1}{n-m+1} \right] = \binom{n+1}{m} \end{aligned}$$

gilt für:

$$\begin{aligned} \binom{g-1-\mu}{\mu} + \binom{g-1-\mu}{\mu-1} &= \binom{g-\mu}{\mu} \\ \binom{g-2-\mu}{\mu} + \binom{g-2-\mu}{\mu-1} &= \binom{g-1-\mu}{\mu}. \end{aligned} \quad (\text{A4.5})$$

Mit $\binom{n}{m} = 0$ für $0 < n < m$ folgt somit aus (A4.4):

$$\begin{aligned} & \left(\zeta^{(v)} \zeta^{(v+g)} \right)' - \zeta^{(v+1)} \zeta^{(v+g)} = \left(\zeta^{(v)} \zeta^{(v+1)} \right)^{(g)} - \left(\zeta^{(v+1)} \zeta^{(v+1)} \right)^{(g-1)} + \\ & + \sum_{\mu=1}^g (-1)^\mu \left[\binom{g-\mu}{\mu} \left(\zeta^{(v+\mu)} \zeta^{(v+\mu+1)} \right)^{(g+1-2\mu-1)} - \right. \\ & \quad \left. - \binom{g-1-\mu}{\mu} \left(\zeta^{(v+\mu+1)} \zeta^{(v+\mu+1)} \right)^{(g+1-2\mu-1)} \right] = \end{aligned} \quad (\text{A4.6})$$

$$\begin{aligned} & \sum_{\mu=0}^{[g+1]-1} (-1)^\mu \left[\binom{[g+1]-1-\mu}{\mu} \left(\zeta^{(v+\mu)} \zeta^{(v+\mu+1)} \right)^{([g+1]-2\mu-1)} - \right. \\ & \quad \left. - \binom{[g+1]-2-\mu}{\mu} \left(\zeta^{(v+\mu+1)} \zeta^{(v+\mu+1)} \right)^{([g+1]-2\mu-2)} \right] = \\ & = \zeta^{(v)} \zeta^{(v+g+1)} \end{aligned}$$

, was zu beweisen war!

Teil 2:

Mit der Beziehung

$$\zeta^{(v+\mu)} \zeta^{(v+\mu+1)} = \frac{1}{2} \left(\zeta^{(v+\mu)} \zeta^{(v+\mu)} \right)' \quad (\text{A4.7})$$

in Gl. (A4.1) eingesetzt, folgt:

$$\begin{aligned} \zeta^{(v)} \zeta^{(v+g)} &= \sum_{\mu=0}^{\frac{g-1}{2}} (-1)^{\mu} \frac{1}{2} \binom{g-1-\mu}{\mu} \left(\zeta^{(v+\mu)} \zeta^{(v+\mu)} \right)^{(g-2\mu)} + \\ &- \sum_{\mu=0}^{\frac{g-1}{2}} (-1)^{\mu} \binom{g-2-\mu}{\mu} \left(\zeta^{(v+\mu+1)} \zeta^{(v+\mu+1)} \right)^{(g-2\mu-2)}. \end{aligned} \quad (\text{A4.8})$$

Berücksichtigt man, daß in der zweiten Summe

$$\binom{g-2-\mu}{\mu} = 0 \quad \text{für} \quad \mu > \frac{g}{2} - 1 \quad \text{und}$$

ersetzt man in der zweiten Summe μ durch $\mu-1$, so erhält man:

$$\begin{aligned} \zeta^{(v)} \zeta^{(v+g)} &= \sum_{\mu=0}^{\frac{g-1}{2}} (-1)^{\mu} \frac{1}{2} \binom{g-1-\mu}{\mu} \left(\zeta^{(v+\mu)} \zeta^{(v+\mu)} \right)^{(g-2\mu)} + \\ &+ \sum_{\mu=1}^{\frac{g}{2}} (-1)^{\mu} \binom{g-1-\mu}{\mu-1} \left(\zeta^{(v+\mu)} \zeta^{(v+\mu)} \right)^{(g-2\mu)}. \end{aligned} \quad (\text{A4.9})$$

Wenn g = ungerade, dann ergibt sich als obere Grenze von μ in der ersten Summe von (A4.9):

$$\mu_{\max} = \text{Entier} \left[\frac{g-1}{2} \right] = \text{Entier} \left[\frac{g}{2} \right].$$

Wenn $g = \text{gerade}$, dann gilt:

$$\mu_{\max} = \text{Entier} \left[\frac{g-1}{2} \right] = \text{Entier} \left[\frac{g}{2} \right] - 1 = \frac{g}{2} - 1.$$

Weiterhin gilt:

$$\left(\begin{matrix} g-1-\mu \\ \mu \end{matrix} \right) \Big|_{\mu_{\max}+1 = \frac{g}{2}} = \left(\begin{matrix} g-1-\frac{g}{2} \\ \frac{g}{2} \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} \frac{g}{2}-1 \\ \frac{g}{2} \end{matrix} \right) = 0.$$

Somit kann man in der ersten Summe von (A4.9) die obere Grenze durch $\frac{g}{2}$ ersetzen und es folgt mit Gl. (5.40) die Endbeziehung:

$$\zeta^{(v)} \zeta^{(v+g)} = \sum_{\mu=0}^{\frac{g}{2}} (-1)^{\mu} \left[\frac{1}{2} \left(\begin{matrix} g-1-\mu \\ \mu \end{matrix} \right) + \left(\begin{matrix} g-1-\mu \\ \mu-1 \end{matrix} \right) \right] \left[\zeta^{(v+\mu)} \zeta^{(v+\mu)} \right]^{(g-2\mu)} \quad (\text{A4.10})$$

Schreibt man hierin anstelle von $\zeta(t)$ den Ausdruck $R_{\varphi, \varphi}(t)$, dann ergibt sich:

$$R_{\varphi, \varphi}^{(v)}(t) \cdot R_{\varphi, \varphi}^{(v+g)}(t) = \sum_{\mu=0}^{\frac{g}{2}} (-1)^{\mu} \left[\frac{1}{2} \left(\begin{matrix} g-1-\mu \\ \mu \end{matrix} \right) + \left(\begin{matrix} g-1-\mu \\ \mu-1 \end{matrix} \right) \right] \left[\left(R_{\varphi, \varphi}^{(v+\mu)}(t) \right)^2 \right]^{(g-2\mu)} \quad (\text{A4.11})$$

Ersetzt man g durch 2μ und μ durch g , dann folgt Gl. (5.31):

$$R_{\varphi, \varphi}^{(v)}(t) \cdot R_{\varphi, \varphi}^{(v+2\mu)}(t) = \sum_{g=0}^{\mu} (-1)^g \left[\frac{1}{2} \left(\begin{matrix} 2\mu-1-g \\ g \end{matrix} \right) + \left(\begin{matrix} 2\mu-1-g \\ g-1 \end{matrix} \right) \right] \left[\left(R_{\varphi, \varphi}^{(v+g)}(t) \right)^2 \right]^{(2\mu-2g)} \quad (\text{A4.12})$$

Wird auf diese Beziehung die Fouriertransformation angewandt, dann ergibt sich als Endbeziehung im Spektralbereich (Gl. 5.32):

$$[\omega^v \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega) * \omega^{v+2\mu} \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega)] = \quad (\text{A4.13})$$

$$= \sum_{g=0}^{\mu} (-1)^g \left[\frac{1}{2} \left(\begin{matrix} 2\mu-1-g \\ g \end{matrix} \right) + \left(\begin{matrix} 2\mu-1-g \\ g-1 \end{matrix} \right) \right] \omega^{2\mu-2g} [\omega^{v+g} \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega) * \omega^{v+g} \Phi_{\varphi, \varphi}(\omega)].$$

Literaturverzeichnis

- [1] Bennet, W.R., Curtis, H.E. and Rice, S.O.: Interchannel Interference in FM and PM Systems Under Noise Loading Conditions.
BSTJ 34, May 1955, S. 601-636.
- [2] Bosse, G. und Wagner, M.: Störungen durch Echos bei Vielkanal-Richtfunkstrecken mit Frequenzmodulation.
Frequenz, Bd.10, Mai 1956, Nr.5, S. 137-142.
- [3] Schneider, W.: Die Verzerrungen durch Echos beliebiger Zahl bei einer FM- oder PM-Übertragung mit statistischer Modulation und unter Berücksichtigung eines Pilottons.
AEÜ, Bd.26, 1972, S. 329-335.
- [4] Rowe, H.E.: Signals and Noise in Communication Systems.
Van Norstrand (1965).
- [5] Middleton, D.: Statistical Communication Theory.
Mc Graw-Hill (1960).
- [6] Blackmann, N.M.: Noise and its Effects on Communication.
Mc Graw-Hill (1966).
- [7] Woodward, P.M.: The Spectrum of Random Frequency Modulation.
Telecomm. Research Establishment, Great Malvern, England,
Memo. 666, Dec. 1952.
- [8] Bosse, G.: Die Berechnung des Spektrums bei Vielkanal-Richtfunkverbindungen mit Frequenzmodulation.
Frequenz 7, 1953, S. 239-244.
- [9] Abramson, N.: Bandwidth and Spectra of Phase- and Frequency Modulated Waves.
IRE Trans. CS-11, Dec. 1963, S. 407-414.

- [10] Ferris, C.C.: Spectral Characteristics of FDM-FM Signals.
IEEE Trans. on Com. Techn., Vol. Com.-16, April 1968,
S. 233-238.
- [11] Prabhu, V.K. and Rowe, H.E.: Spectral Density Bounds of
a PM-Wave.
BSTJ 48, Nr. 3, March 1969, S. 769-811.
- [12] Blachmann, N.M. and Mc Alpine, G.A.: The Spectrum of a
High-Index FM-Waveform: Woodward's Theorem Revisited.
IEEE Trans. on Com. Techn., Vol. Com.-17, No.2, April
1969, S. 201-208.
- [13] Kuhn, H.: FM-Spektrum bei Modulation mit Vielkanal-
Trägerfrequenzsignalen.
AEÜ, Band 24, 1970, Heft 2, S. 91-98.
- [14] Slepian, D.: An Expansion for FM-Spectra.
IEE Trans. on Com. Techn., Vol. Com.-19, No. 2,
April 1971, S. 223-225.
- [15] Rowe, H.E. and Prabhu, V.K.: Spectra of Low-Deviation
Frequency-Modulated Waves.
IEEE Trans. on Com. Techn., Vol. Com.-19, Dec. 1971,
S. 1172-1178.
- [16] Mueller, M. and Gentry, Th.L.: Spectral Energy
Distribution of Radio Link FM.
IEEE Trans. on Com. Techn., Vol. Com.-20, No. 2,
April 1972, S. 165-173.
- [17] Papoulis, A.: The Fourier Integral and its Applications.
Mc Graw-Hill (1962).
- [18] Medhurst, R.G.: RF-Bandwidth of Frequency Division
Multiplex System Using Frequency Modulation.
Proc. IRE, Vol.44, Febr. 1956, S. 189-199.

- [19] Plotkin, S.C.: FM Bandwidth as a Function of Distortion and Modulation Index.
IEEE Trans. on Com. Techn., June 1967, S. 467-470.
- [20] Prabhu, V.K. and Enloe, L.H.: Interchannel Interference Considerations in Angle-Modulated Systems.
BSTJ, Sept. 1969, S. 2333-2358.
- [21] Lundquist, L.: Channel Spacing and Necessary Bandwidth in FDM-FM Systems.
BSTJ, Vol. 50, March 1971, S. 869-880.
- [22] Anuff, A. and Liou, M.L.: A Note on Necessary Bandwidth in FM Systems.
Proc. IEEE, Vol. 59, Oct. 1971, S. 1522-1523.
- [23] Stumpers, F.L.H.M.: Theory of Frequency - Modulation Noise.
Proc. I.R.E., Sept. 1948, S. 1081-1092.
- [24] Runge, W.: Vergleich der Rauschabstände von Modulationsverfahren.
AEÜ 3 (1949), S. 155-159.
- [25] Akima, H.: Theoretical Studies on Signal-to-Noise Characteristics of an FM-System.
Trans. IEEE, SET-9, 1963, S. 101-108.
- [26] Häberle, H.: Ein theoretischer Vergleich von Modulationsverfahren für den Satellitenfunk.
NTZ, Jahrg. 19, Heft 4, April 1966, S. 193-195.
- [27] Chaffe, J.G.: Application of Negative Feedback to Frequency Modulation Systems.
BSTJ 18, 1939, S. 404-437.

- [28] Enloe, L.N.: Decreasing the Threshold in FM by Frequency Feedback.
Proc. IRE 50, 1962, S. 18-30.
- [29] Giger, A.J. and Chaffe, J.G.: The FM Demodulator with Negative Feedback.
BSTJ 42, 1963, S. 1109-1135.
- [30] Develet, J.A.: A Threshold Criterion for Phase Lock Demodulation.
Proc. IEEE 51, 1963, S. 349-356.
- [31] Kühne, F.: Theorie der Gegenkopplungsdemodulation frequenzmodulierter Signale.
Dissertation TH München 1967.
- [32] Castellani, V.: Digital Computer Simulation of an FM Band-Dividing Demodulator.
Alta Frequenza, Nr. 11, 1967, S. 1048-1062.
- [33] Lawton, J.G.: Optimum Demodulation of PM and FM Signals.
Cornell Aeron. Lab., Techn. Rep. No. RADC-TR-67-335,
Aug. 1967.
- [34] Kriedte, W., Sattel, W. und Welzenbach, M.: Schwellwertverbessernde Verfahren.
Ergebnisbericht Nat. Raumflug-Forsch. Prog.,
RV1-06/27(39)/69, April 1971.
- [35] Medhurst, R.G. and Roberts, J.H.: Evaluation of Distortion in FM Trunk Radio Systems by a Monte Carlo Method.
Proc. IEE, Vol. 113, No.4, April 1966, S. 570-580.
- [36] Ruthroff, C.L.: Computation of FM Distortion in Linear Networks for Bandlimited Periodic Signals.
BSTJ, July-Aug. 1968, S. 1043-1063.

- [37] Anuff, A., Liou, M.L. and Mc Donald, P.H.: An Approach to Calculating Interchannel Distortion of Linearly Filtered Angle-Modulated Signals Using a Hybrid Computer. Proc. IEEE, April 1969, S. 736-737.
- [38] Anuff, A. and Liou, M.L.: A Time-Domain-Approach to Computing Distortion of Linearly Filtered FM-Signals. IEEE Trans. Com. Techn., April 1971, S. 218-221.
- [39] Johannes, F.M.: Digitale Simulation frequenzmodulierter Nachrichtenübertragungssysteme. Dissertation Universität Erlangen-Nürnberg 1973.
- [40] Schüßler, W.: Schaltung und Messung von Übertragungsfunktionen an einem Analogrechner. A.E.Ü. 13, 1959, S. 405-419.
- [41] Volterra, V.: Theory of Functionals and of Integral and Integro-Differential Equations. New York, Dover Publications, 1959.
- [42] Bedrosian, E. and Rice, S.O.: The Output Properties of Volterra Systems (Nonlinear Systems with Memory) Driven by Harmonic and Gaussian Inputs. Proc. IEEE, Vol.59, No.12, Dec. 1971, S.1688-1707.
- [43] Mojoli, L.: Analysis of Angle-Modulated Transmission Systems and Identification of Their Volterra Series. Alta Frequenza, Nr. 4, April 1972, S. 252-262.
- [44] Bedrosian, E. and Rice, S.O.: Distortion and Crosstalk of Linearly Filtered Angle-Modulated Signals. Proc. IEEE, 56, No. 1, Jan. 1968, S. 2-13.
- [45] Rice, S.O.: Second and Third order Modulation Terms in the Distortion Produced when Noise Modulated FM Waves are Filtered. BSTJ, Jan. 1968, S. 87-141.

- [46] Sullivan, D.P.: Intermodulation Distortion Study for FM Communication Satellite Systems.
Space Technology Lab., Redondo Beach, Calif., 15. June 1962, Contract No. NAS 5-1302.
- [47] Mills, R.: Intermodulation Distortion Produced by Phase Non-linearity in FDM-Angle Modulation Systems.
Hughes Aircraft Comp., Interdepartmental Correspondence, ID 64-19-51, 22. July 1964.
- [48] Bosse, G.: Die Verzerrung frequenzmodulierter Schwingungen bei Durchgang durch lineare Netzwerke.
Frequenz/Sonderausgabe, Band 12, 1958, S. 6-14.
- [49] Medhurst, R.G.: Explicit Form of FM Distortion Products with White-Noise Modulation.
Proc. IEE, No. 11, part C, March 1960, S. 120-126.
- [50] Medhurst, R.G. and Roberts, B.Sc.: Explicit Form of FM Distortion Products with White-Noise Modulation. Extension and Correction.
Proc. IEE, No. 12, Sept. 1960, S. 367-369.
- [51] Magnusson, R.J.: Intermodulation Noise in Linear FM Systems.
Proc. IEE, No. 15, part C, March 1962, S. 32-44.
- [52] Liou, M.L.: Noise in an FM System Due to an Imperfect Linear Transducer.
BSTJ, Vol.45, Nov. 1966, S. 1537-1561.
- [53] Cross, T.G.: Intermodulation Noise in FM Systems Due to Transmission Deviations and AM/PM Conversion.
BSTJ, Vol. 45, Dez. 1966, S. 1749-1773.

- [54] Garrison, G.J.: Intermodulation Distortion in Frequency-Division-Multiplex FM Systems.
A Tutorial Summary.
IEEE Trans. on Com. Techn., Vol. Com.-16, April 1968,
S. 289-303.
- [55] Fischer, F.A.: Einführung in die statistische Übertragungstheorie.
BI-Hochschultaschenbücher 130/130a.
- [56] Schlitt, H.: Systemtheorie für regellose Vorgänge.
Springer-Verlag Berlin/Göttingen/Heidelberg 1960.
- [57] Hölzler, E. und Thierbach, D.: Nachrichtenübertragung, Grundlagen und Technik.
Springer-Verlag Berlin/Heidelberg/New York 1966.
- [58] Holbrook, B.D. and Dixon, J.T.: Load Rating Theory for Multi-Channel Amplifiers.
BSTJ, Vol. 18, 1939, S. 624-644.
- [59] Radio-Relay Systems for Telephony using Frequency-Division Multiplex.
Pre-emphasis Characteristic for Frequency Modulation Systems.
CCIR Recommendation, Doc. IX/1009-E, 11. Juli 1966.
- [60] Carl, H.: Richtfunkverbindungen.
Verlag Berliner Union GmbH Stuttgart, Verlag W. Kohlhammer GmbH. 2. Auflage 1972.
- [61] Gleißner, E.: Zum Entwurf von Hochfrequenz-Bandfiltern mit konzentrierten Elementen.
Dissertation Technische Universität München 1971.

- [62] Jess, J. und Schüssler, H.W.: On the Design of Pulse-
Forming Networks.
IEEE Trans. on Circuit Theory, Vol. CT-12, No. 3,
Sept. 1965, S. 393-400.

- [63] Küpfmüller, K.: Die Systemtheorie der elektrischen
Nachrichtenübertragung.
S. Hirzel Verlag Stuttgart, 3. Auflage 1968,
S. 291 - 295.

- [64] Schüßler, H.W.: Digitale Systeme zur Signalverarbeitung.
Springer-Verlag Berlin / Heidelberg / New York 1973.

Lebenslauf

8. 9. 1937 geboren in Augsburg als Sohn des Werkmeisters Franz Welzenbach und seiner Ehefrau Mathilde, geb. Fuhrer
- 1944 - 1948 Besuch der Volksschule in Augsburg
- 1948 - 1957 Besuch der Oberrealschule in Augsburg, Abschluß Reifeprüfung
- 1957 - 1962 Studium der Nachrichtentechnik an der Fakultät für Maschinenwesen und Elektrotechnik der Technischen Hochschule München, Abschluß Diplomhauptprüfung
- 1962 - 1966 Entwicklungsingenieur in einem Netzwerklabor der Abteilung Vorentwicklung bei AEG-Telefunken in Backnang
- Seit 1966 Leiter eines Labors für Systemtheorie in der Abteilung Vorentwicklung bei AEG-Telefunken in Backnang

Franz Welzenbach

Offsetdruck-Fotodruck

J. Hogl, 8520 Erlangen, Hauptstr. 109 (Nähe Martin-Luther-Platz) Tel. 22990